

# 量子ビット応用に向けたジョセフソン接合列の集団的力学特性に関する研究

著者	片山 秀瑛
学位授与機関	Tohoku University
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10097/53951">http://hdl.handle.net/10097/53951</a>

修士学位論文

量子ビット応用に向けた  
ジョセフソン接合列の  
集団的力学特性に関する研究

B0IM4009

片山 秀瑛

東北大学大学院

情報科学研究科 応用情報科学専攻

博士課程前期 2 年の課程 2 年

平成 24 年 2 月 10 日



# 目次

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	量子コンピュータ	1
1.2	超伝導量子ビット	1
1.3	高温超伝導 Bi-2212 固有ジョセフソン接合	2
1.4	本研究の背景	3
1.5	本研究の目的	4
<b>2</b>	<b>原理と測定方法</b>	<b>5</b>
2.1	ジョセフソン接合とジョセフソン効果	5
2.2	RCSJ モデル	6
2.3	巨視的量子トンネリングと熱励起	8
2.4	固有ジョセフソン接合の集団的振舞い	10
2.5	測定系と測定方法	12
2.5.1	希釈冷凍機の原理	12
2.5.2	測定系の概要	12
2.5.3	スイッチング電流分布の測定	14
<b>3</b>	<b>固有ジョセフソン接合列の共鳴特性</b>	<b>17</b>
3.1	共鳴励起と $Q$ 値	17
3.2	ラビ振動と $Q$ 値	18
3.3	$Q$ 値低下の要因とその対策	19
3.3.1	エネルギー準位の縮退	19
3.3.2	抵抗による熱雑音	20
3.3.3	電磁場とサンプルの結合	20
3.3.4	フィルタの設計	21
3.3.5	Coplanar 型導波路	23
3.4	まとめ	24
<b>4</b>	<b>Nb/<math>\text{AlO}_x</math>/Nb ジョセフソン接合列の集団的力学特性</b>	<b>25</b>
4.1	概要	25



---

4.2	サンプルについて . . . . .	25
4.3	測定結果および考察 . . . . .	26
4.3.1	接合数の違いによる集団的力学特性 . . . . .	26
4.3.2	静電結合の有無による比較 . . . . .	35
4.4	JSIM によるシミュレーション . . . . .	36
4.4.1	Kramers モデルとの比較 . . . . .	37
4.4.2	接合数による脱出確率の変化 . . . . .	38
4.4.3	静電結合の有無による変化 . . . . .	44
4.5	まとめ . . . . .	45
5	結論	47
	参考文献	53

# 1 序論

## 1.1 量子コンピュータ

量子コンピュータとは「量子重ね合わせ」、「量子絡み合い（エンタングルメント）」という量子力学に基づく性質により超並列計算が可能である。量子コンピュータは「量子ビット」と呼ばれる基本演算子で計算を行う。各量子ビットは  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  の 2 状態を量子重ね合わせにより同時に実現することが出来る。また、量子絡み合いにより複数の量子ビットがあたかも一つの物体であるかのように作用しあい、各ビットが取り得る  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  の状態の全ての組合せが同時に実現することが可能である。この 2 つの性質により、演算において利用可能なビット数は実際の量子ビット数の 2 乗個に等しく、超並列計算が行える。これにより、現在のコンピュータでは計算時間が要素数に対して指数関数的に増え、実時間で解くことは困難とされている問題を多項式時間内に解くことが可能であると考えられている。例として、因数分解や組合せ最適化問題、データベース検索などが挙げられる。

現在、この量子コンピュータを構成する量子ビットについての研究がなされており、量子ビットデバイスとして超伝導体、量子ドット、光子、核磁気共鳴（NMR）、イオントラップなどが提案されている。その中でも超伝導体のジョセフソン接合を用いた「超伝導量子ビット」は、固体素子であるため将来的な集積化に適しているといった点で有望視されている。

## 1.2 超伝導量子ビット

前節で述べたように、超伝導量子ビットはジョセフソン接合を用いた量子ビットであり、ジョセフソン接合の中のどの自由度を用いるかによって 3 つに分類することが出来る。

まず一つ目は、超伝導体の位相を自由度として用いる位相量子ビット（Phase qubit）[1] [2] である（図 1.1(a)）。ジョセフソン接合に臨界電流値付近で電流バイアスし、 $\cos$  で表わされる接合のポテンシャルを傾ける。すると、ポテンシャルの極小点において、仮想粒子（位相の粒）のプラズマ振動に起因する量子化準位が形成される。ポテンシャルの非調和性により、準位は等間隔にならず、最低のエネルギー準位からの 2 準位（基底準位と第一励起準位）を用いて量子ビットとする。位相空間で物事を考慮するためには、ジョセフソン接合において臨界電流値  $I_C$  に比例するジョセフソン結合エネルギー  $E_J$  が接合キャパシタンスに反比例する静電エネルギー  $E_C$  よりも充分に大きくなければならず、そのため接合サイズは比較的大きくなる。

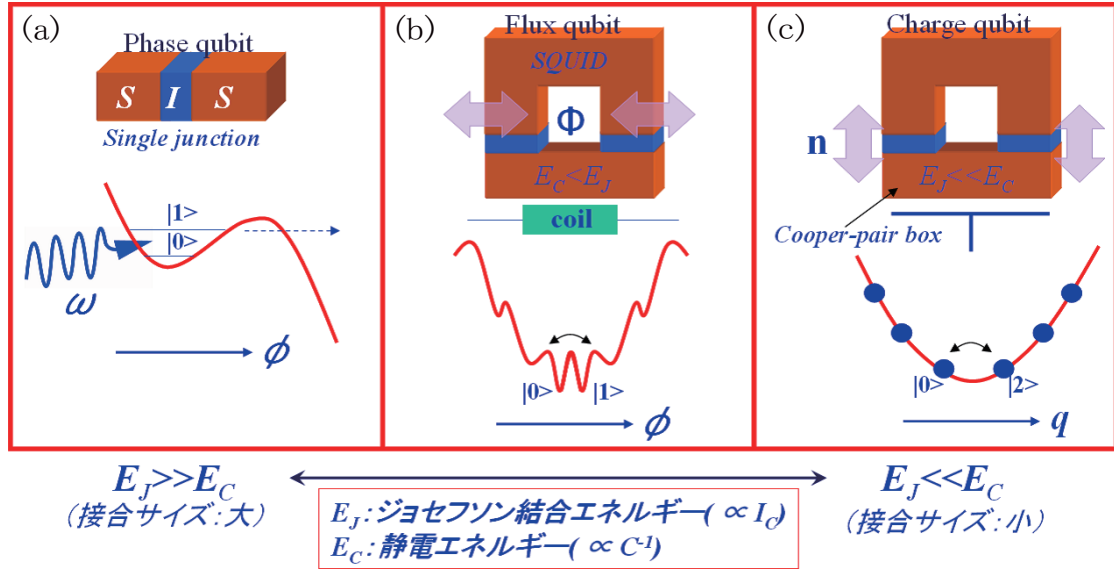


図 1.1 超伝導量子ビット

二つ目は、磁束量子ビット (Flux qubit) [3] [4] [5] である (図 1.1(b))。大きいインダクタンスを持つ超伝導ループに、ジョセフソン接合を入れ込んだいわゆる SQUID (超伝導量子干渉デバイス) に、外部磁界として  $0.5\Phi_0$  の磁束を印加する。ジョセフソン接合の cosine ポテンシャルと、ループインダクタンスに起因する束縛ポテンシャルの組合せにより、cosine ポテンシャルの山の部分をトンネルバリアとして利用する、二重井戸型ポテンシャルを形成する。このポテンシャル井戸それぞれを  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  に対応させる。これらは古典的には、超伝導ループをどちらの向きに電流が流れているか、ループの中に磁束は存在するのか存在しないのかに相当する。

三つ目は電荷量子ビット (Charge qubit) [6] である (図 1.1(c))。微細な超伝導体箱電極をもう一つの接地された超伝導電極にジョセフソン接合を介して接続し、ゲート電圧でバイアスを加えたものである。この二つの電極間を、単一電子対トンネリング現象によって、電子対を制御する。電荷量子ビットを構成するジョセフソン接合は、 $E_C > E_J$  が成り立つ非常に微細な接合である。このようなパラメータ領域では、位相による周期的な cosine ポテンシャル上に広がったブロッホ状態が固有状態となり、電荷数を自由度として用いることが出来る。最もエネルギーの低い二つのブロッホ状態を量子ビットの状態に用いる。

### 1.3 高温超伝導 Bi-2212 固有ジョセフソン接合

Bi-2212 は高温超伝導体であり、超伝導層 ( $\text{CuO}_2$  層) と絶縁層 ( $\text{BiO}\&\text{SrO}$  層) が交互に堆積した図 1.2 のような結晶構造を持つ。これはジョセフソン接合そのものであり、c 軸方向の電流パスを考えた際はジョセフソン効果を得ることが出来る。このように結晶構造中に自然にジョセフソン接合が形成されたものを固有ジョセフソン接合 [7] と言う。一般的に、絶縁層の欠陥や平坦性と言った質がジョセフソン接合の善し悪しを左右すると言っても過言ではなく、特にジョセフソン接合の量子ビット応用においては、絶縁層に欠陥が存在するとデコヒーレンスにつながる。その点、Bi-2212 固

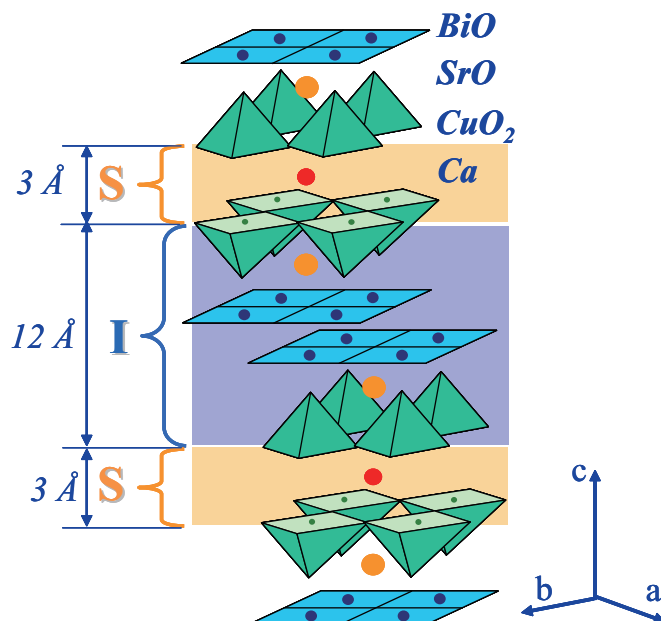


図 1.2  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$  (Bi-2212) の結晶構造

有ジョセフソン接合は安定な層を持つ、高品質な結晶である。

また、固有ジョセフソン接合は高温超伝導体であると同時に、ジョセフソンプラズマ周波数  $\omega_{p0}$  は、Al 等で作製された金属系ジョセフソン接合よりも一桁程度高い。そのため、 $\omega_{p0}$  に比例するクロスオーバー温度  $T^*$  (量子ビットに応用される量子現象が観測され始める温度) も約一桁高くなる。従って、測定のための極低温環境の必要性が緩和されると考えられる。

更に、固有ジョセフソン接合では超伝導ギャップエネルギー  $\Delta$  が金属系のそれに比べて十倍程度大きい。超伝導状態では、伝導電子がクーパー対を形成し一つの巨視的な基底状態を形成する。この基底状態と、対をなさない電子が存在する励起状態が、この  $\Delta$  で隔てられている。そのため、 $\Delta$  以下のエネルギーを伴う外部からの擾乱に対しては非常に強固である。つまり固有ジョセフソン接合は金属系ジョセフソン接合に比べて、外部環境ノイズに対して安定であることを意味する。これは、コヒーレントな状態を長く保てることを意味し、固有ジョセフソン接合は量子ビットとして応用する際に、非常に有利であると予想される。

最後に、一般に高温超伝導体は超伝導層と絶縁層が交互に堆積した構造を持っている。その中でも Bi-2212 固有ジョセフソン接合は他の高温超伝導ジョセフソン接合に比べて I-V 特性に大きなヒステリシスを持つ。つまり準粒子抵抗が大きく量子現象が安定して観測可能である。

以上の利点より、本研究では Bi-2212 固有ジョセフソン接合の超伝導量子ビットへの応用を目指している。

## 1.4 本研究の背景

前節で述べたように、高温超伝導体 Bi-2212 固有ジョセフソン接合は量子ビットとして応用する際に多くの利点を有している。しかし、それは超伝導層と絶縁層が原子オーダーで c 軸方向に積層した

結晶であるため複雑な加工が困難で、ジョセフソン接合一接合のみを物理的に取り出すことは困難という欠点もある。そのため、本研究では超伝導量子ビットの中でも特別な加工を必要としない、位相量子ビットとしての実現に向け研究を行っている。

Bi-2212 固有ジョセフソン接合はジョセフソン接合の接合列となってしまうが、各接合の  $I_C$  にバラつきがある時、バイアス電流を印加した際に初めに超伝導状態から常伝導状態への遷移が起こる  $I_C$  の一番小さい接合のみを見ることで、ジョセフソン接合一接合のように扱い、巨視的量子トンネリング (MQT) [8] [9] の観測 [10] 及び共鳴励起の観測 [11] が報告されている。その他の高温超伝導体では bi-epitaxial YBCO のジョセフソン接合においてもそれぞれ報告されている [12] [13]。そこで、高温超伝導体 Bi-2212 固有ジョセフソン接合での超伝導位相量子ビット実現への課題として以下の3点が考えられる。

1. ラビ振動の観測 (単量子ビットの操作に相当)
2. 接合間結合による影響の理解
3. 接合列のマルチビットとしての利用、制御

高温超伝導体において単量子ビット操作に相当するラビ振動の観測は未だ報告されておらず、原子オーダーで積層している接合列であることによる、接合間結合の影響についてはいくつか報告例 [11] [14] はあるが、その集団的な力学特性は十分に解明されていない。

## 1.5 本研究の目的

高温超伝導体 Bi-2212 固有ジョセフソン接合の超伝導位相量子ビットへの応用に向けて、ラビ振動の観測が期待されているが、現在、その観測には至っていない。その原因として2点、考えられる。

まず一つ目が、測定系でのノイズの影響による共鳴特性の低下である。そこで、本研究の測定系におけるノイズの評価とその対応策を示すことで共鳴特性の解析を行うことを本研究の目的とする。

次に二つ目として、接合間結合の存在により1接合と比較してポテンシャルの極小点において形成されるエネルギー準位に変化が生じている可能性が考えられる。先にも述べたように、固有ジョセフソン接合はジョセフソン接合が直列に結合したジョセフソン接合列となるため、一接合では見られない現象が報告されている。その原因としては接合間結合の存在が指摘されている。そこで、本研究では実験から、接合間結合の存在を含めた接合列であることの影響を明らかにし、そのエネルギー準位の変化について理解することを目指す。つまり、ジョセフソン接合列の集団的な力学特性を解明することも目的とする。将来、接合列であることをそのまま利用してマルチ量子ビットへ応用することを考えた際にも、この集団的な力学特性の解明は必須事項となる。

## 2 原理と測定方法

### 2.1 ジョセフソン接合とジョセフソン効果

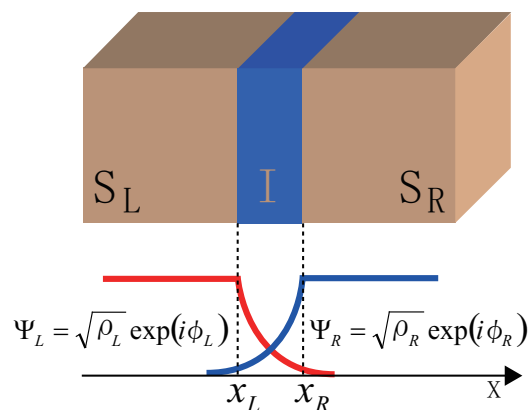


図 2.1 ジョセフソン接合

薄い絶縁層を二つの超伝導体で挟んだトンネル接合をジョセフソン接合 (Josephson Junction; JJ) [15] と呼ぶ。この絶縁層の厚さが  $2[\text{nm}]$  程度になると、超伝導を担っているキャリア (電子対) が基底状態のまま量子力学的なトンネル効果で絶縁層を透過する。図 2.1 にジョセフソン接合の模式図と電子対の波動関数を示した。電子対のトンネルは、電子対の位相差の存在により電位差が 0 の時でもトンネル電流が流れるという、非常に特異な現象である。この超伝導体ジョセフソン接合におけるトンネル効果を直流ジョセフソン効果と呼び、次式で表わされる。

$$I = I_C \sin \theta \quad (2.1)$$

ただし、 $I_C$  は臨界電流値、 $\theta$  は接合を構成する各超伝導体の波動関数の位相  $\phi_L, \phi_R$  の間の位相差を表わす。臨界電流値  $I_C$  は次式で表わされる。

$$I_C = \gamma(-e\hbar/m_e)|\Psi_L||\Psi_R|S \quad (2.2)$$

ただし、 $S$  は接合面積、 $\gamma$  は超伝導体間の結合の強さを表わすパラメータである。ジョセフソン接合にバイアス電流  $I$  を印加していくと、図 2.2 に示すような電流-電圧特性 (I-V 特性) を示す。臨界電

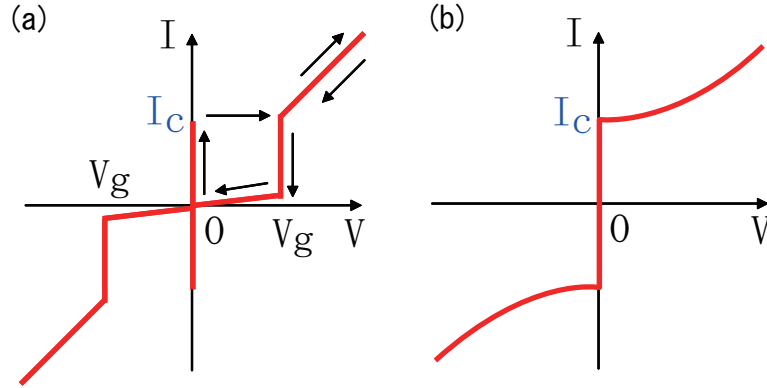


図 2.2 S-I-S 型ジョセフソン接合の I-V 特性 (a) アンダーダンプト・ジョセフソン接合の I-V 特性 (b) オーバーダンプト・ジョセフソン接合の I-V 特性

流値  $I_C$  までは電圧は生じず、 $V = 0[\text{V}]$  において抵抗を伴わない超伝導電流（ジョセフソン電流）が流れる状態となる。接合を流れる超伝導電流が  $I_C$  を超えると接合の両端には突然電圧が現れ、有電圧状態となる。その電圧値は  $V_g = 2\Delta/q$  となる。ただし  $2\Delta$  は超伝導体のエネルギーギャップである。I-V 特性は様々な条件により変化する。図 2.2(a) に近い I-V 特性が得られるのは、接合内キャパシタンス  $C$  が大きい場合である。この場合、高周波成分がシャントされるため、交流ジョセフソン効果の影響が無視できる。このような接合をアンダーダンプト・ジョセフソン接合という。その条件は、次式に定義されるマッカムバー (McCumber) パラメータ  $\beta_C \gg 1$  である [16] [17]。

$$\beta_C = (\omega_{p0} RC)^2 \quad (2.3)$$

なお、 $\beta_C \ll 1$  の場合は、オーバーダンプト・ジョセフソン接合と呼ばれ、その I-V 特性は図 2.2(b) のようにヒステリシスを持たなくなる。

## 2.2 RCSJ モデル

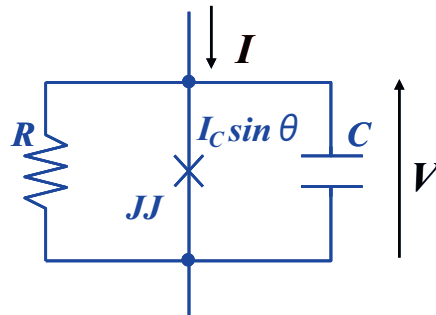


図 2.3 RCSJ モデル

W.C.Stewart [16] と D.C.McCumber [17] は、オーミック抵抗  $R$  と接合キャパシタンス  $C$  の並列回路としてジョセフソン接合をモデル化した。この等価回路は RCSJ モデル (Resistively and Capacitively Shunted Junction model) と呼ばれ図 2.3 のように表わされる。×で示されている部

分は純粋なジョセフソン接合で  $I_C \sin \theta$  の電流を流す直流電流源の様に理解できる。このモデルを用いることによって、ジョセフソン接合の振舞いをわかりやすく理解することが出来る。図 2.3 において、Kirchhoff の法則より次式が成り立つ。

$$I = I_C \sin \theta + \frac{1}{R} V + C \frac{dV}{dt} \quad (2.4)$$

また、交流ジョセフソン効果より

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\theta}{dt} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.5)$$

(ただし、 $\Phi_0$  : 磁束量子、 $I_C$  : 臨界電流値) となる。

これらの式 (2.4)、(2.5) を変形することで、以下の式が導かれる。これにより、ジョセフソン接合の振舞いを洗濯板型ポテンシャルにおける仮想粒子の運動として理解することが出来る。

$$m_\theta \ddot{\theta} + m_\theta \frac{\dot{\theta}}{RC} + \frac{\partial U(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.6)$$

この時、

$$m_\theta = C(\Phi_0/2\pi)^2 \quad (2.7)$$

$$U(\theta) = -E_J[\alpha\theta + \cos \theta] \quad (2.8)$$

$$E_J = \frac{I_C \Phi_0}{2\pi} \quad (2.9)$$

$$\alpha = \frac{I}{I_C} (< 1) \quad (2.10)$$

これは、ポテンシャル  $U(\theta)$  の中をキャパシタンスに比例する質量  $m_\theta$  の仮想粒子が運動する運動方程式とみなせる。ポテンシャルは図 2.4 に示すように、 $\alpha$  が大きく (バイアス電流が大きく) なるにつれてその傾きは急になり、バイアス電流が臨界電流値となるときポテンシャルに仮想粒子がトラップされる井戸はなくなる。このときポテンシャル障壁の高さは次式のようなになる。

$$U_0(\alpha) = E_J \left[ -\pi\alpha + 2 \left\{ \alpha \arcsin \alpha + (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \right] \quad (2.11)$$

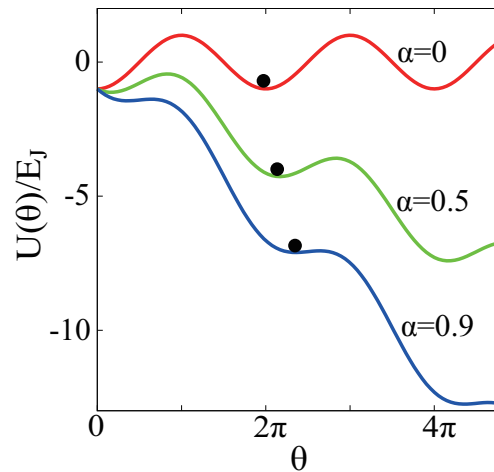


図 2.4 洗濯板型ポテンシャルモデル



また、この仮想粒子はポテンシャル井戸中をプラズマ周波数

$$\omega_p(\alpha) = \omega_{p0}(1 - \alpha^2)^{\frac{1}{4}} \quad (2.12)$$

で振動している。特に、バイアス電流を印加していない時は

$$\omega_{p0} = \sqrt{\frac{2\pi I_C}{\Phi_0 C}} \quad (2.13)$$

で振動する。この仮想粒子の運動とジョセフソン接合の状態は以下の様に対応している。

表 2.1 仮想粒子の運動とジョセフソン接合の状態の関係

ジョセフソン接合の状態	仮想粒子の運動
超伝導状態	粒子がポテンシャル井戸中をプラズマ周波数で振動している状態
常伝導状態	粒子がポテンシャル井戸から脱出しポテンシャルを転がり落ちている状態

## 2.3 巨視的量子トンネリングと熱励起

ジョセフソン接合の状態が超伝導状態から常伝導状態へとスイッチングする（仮想粒子がポテンシャル井戸から脱出する）過程には図 2.5 のように、熱励起（TA：Thermal Activation）と巨視的量子トンネリング（MQT：Macroscopic Quantum Tunneling）の二通りがある。熱励起は熱揺らぎによって粒子が熱エネルギー  $k_B T$  を得ることでポテンシャル障壁を超え、ポテンシャル井戸から脱出し、ジョセフソン接合は超伝導状態から常伝導状態へ遷移する古典的脱出過程である。一方、巨視的量子トンネリングはポテンシャル障壁をトンネリングによって通り抜けポテンシャル井戸から脱出する量子力学的脱出過程である。熱励起による脱出確率を  $\tau_{TA}^{-1}$ 、巨視的量子トンネリングによる脱出

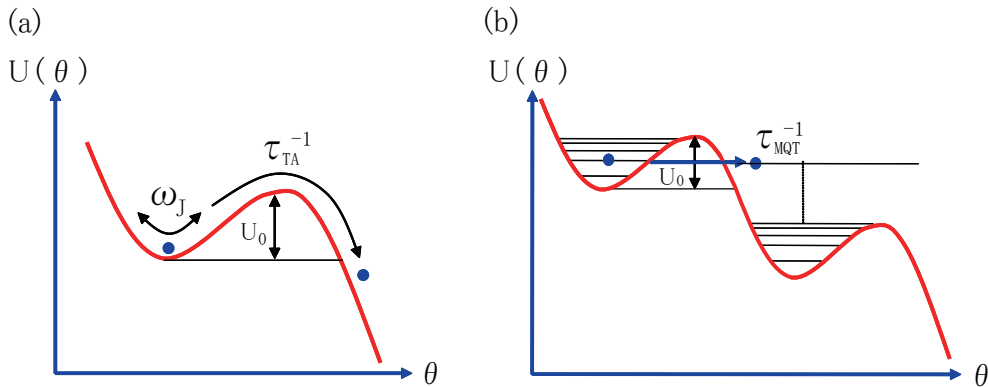


図 2.5 (a) 熱励起 (TA) による仮想粒子の脱出 (b) 巨視的量子トンネリング (MQT) による仮想粒子の脱出

確率を  $\tau_{MQT}^{-1}$  とすると、

$$\tau_{TA}^{-1}[U_0(\alpha)] = \Gamma_{TA}[U_0(\alpha)] = a_t \left( \frac{\omega_p}{2\pi} \right) \exp \left[ -\frac{U_0(\alpha)}{k_B T} \right] \quad (2.14)$$

$$\tau_{MQT}^{-1}[U_0(\alpha)] = \Gamma_{MQT}[U_0(\alpha)] = 12\omega_p \sqrt{\frac{5b}{24\pi}} e^{-b} \quad (2.15)$$

であり [8] [9]、全脱出確率は

$$\tau^{-1}[U_0(\alpha)] = \tau_{TA}^{-1}[U_0(\alpha)] + \tau_{MQT}^{-1}[U_0(\alpha)] \quad (2.16)$$

となる。ただし、

$$a_t = \frac{4}{(\sqrt{1 + Qk_B T / 1.8U_0(\alpha)} + 1)^2} \quad (2.17)$$

$$b = \frac{36U_0(\alpha)}{5\hbar\omega_p(\alpha)} \left( 1 + \frac{0.87}{Q} \right) \quad (2.18)$$

である。ここで、 $Q$  は接合のクオリティー因子であり、ダンピング係数  $Q^{-1}$  は

$$Q^{-1} = \frac{1}{\omega_{p0} R_{qp} C} \quad (2.19)$$

で与えられる。ダンピング係数は接合の散逸の度合いを表す係数で、この値が小さいほど散逸が少なくなる。本研究の測定ではダンピング係数は十分小さく、

$$a_t = 1 \quad (2.20)$$

$$b = \frac{36U_0(\alpha)}{5\hbar\omega_p(\alpha)} \quad (2.21)$$

とみなしてよい。準粒子抵抗  $R_{qp}$  については図 2.6 の様に、I-V カーブに原点を通る接線を引き、その傾きの逆数が  $R_{qp}$  である。

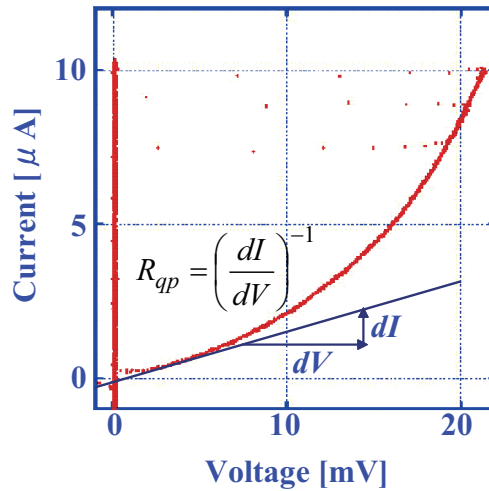


図 2.6  $R_{qp}$  の求め方

ここで、ジョセフソン接合にランプ波形のバイアス電流を印加していくことを考える。臨界電流値付近で超伝導状態から常伝導状態へのスイッチング（仮想粒子のポテンシャル井戸からの脱出）が起きた時の電流値をスイッチング電流値  $I_{SW}$  といい [18]、 $I_{SW}$  の度数分布を取ったものをスイッチング電流分布という。このランプバイアスを印加した時のスイッチング電流分布は、次式のように表わされる。

$$P(\alpha) = \left( \frac{d\alpha}{dt} \right)^{-1} \tau^{-1} [U_0(\alpha)] \exp \left[ - \int_0^\alpha \tau^{-1} [U_0(\alpha')] \left( \frac{d\alpha'}{dt} \right)^{-1} d\alpha' \right] \quad (2.22)$$

MQT 領域では  $\tau_{MQT}^{-1} \gg \tau_{TA}^{-1}$  となり MQT による脱出が支配的であり、温度によって分布は変化しない。一方、熱励起領域では  $\tau_{MQT}^{-1} \ll \tau_{TA}^{-1}$  となり、熱励起が支配的であり、温度により分布は変化していく。温度が高くなるにつれて  $I_{SW}$  の平均値  $\langle I_{SW} \rangle$  は小さくなり、その分布幅、標準偏差（ $= \sigma$ ）は大きくなる。標準偏差  $\sigma \left( = \left( \langle I_{SW}^2 \rangle - \langle I_{SW} \rangle^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)$  を温度に対してプロットすると、MQT 領域では  $\sigma$  の振舞いは温度によらず一定だが、熱励起領域では  $\sigma$  は  $T^{2/3}$  ( $T$ : 温度) に比例する [19]。これら二つの領域の境界の温度をクロスオーバー温度  $T^*$  と言い、次式のように表わされる [20]。

$$T^* = \frac{5\hbar\omega_p(\alpha)}{36k_B} \quad (2.23)$$

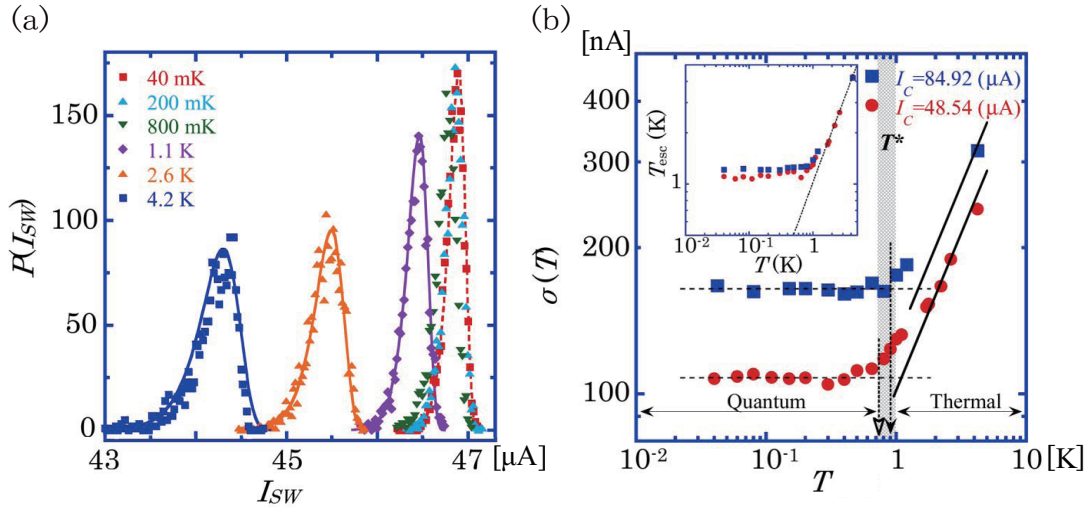


図 2.7 (a) スwitching電流分布 (b) クロスオーバー温度（文献 [10] より）

## 2.4 固有ジョセフソン接合の集団的振舞い

先に述べたように、固有ジョセフソン接合は物理的に一接合を取り出すことは出来ず、接合列となる（図 2.8）。この時、各接合の臨界電流値  $I_C$  が同じ場合と異なる場合でその I-V 特性は変わってくる。

- 単接合スイッチング

接合によって  $I_C$  が異なる時に見られ、 $I_C$  の小さい接合から順に一つずつスイッチングする図 2.9(a) の緑線のような I-V 特性を示す。

- ユニバーサルスイッチング (マルチ接合スイッチング)

接合の  $I_C$  が揃っている接合列の時、全ての接合が同時にスイッチングする図 2.9(a) の赤線のような I-V 特性を示す。

一般的に、単接合スイッチングについてはジョセフソン接合—接合の理論に従うと考えられている。一方、ユニバーサルスイッチングについては一接合と比較して、脱出確率が  $N^2$  倍 ( $N$ : 接合数) に増加するという結果が報告されている (図 2.9(b)) [11]。Bi-2212 固有ジョセフソン接合は各層の厚さが非常に薄いことから、接合間での静電結合や磁場結合の存在が指摘されており、脱出確率の増加はその影響によるものであると指摘されている [14]。しかし、このユニバーサルスイッチングの結果は  $I_C$  の同定に一接合の理論を利用できると仮定した時の結果である。つまり、接合列の集団的力学特性については、未だ十分には解明されていない。

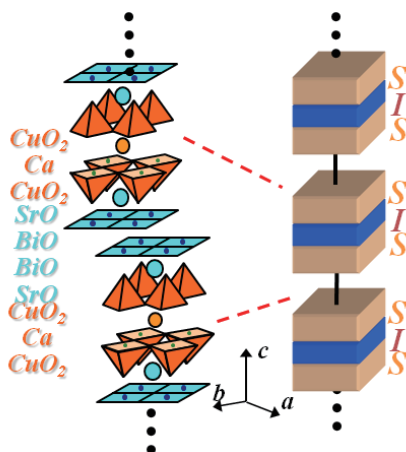


図 2.8 Bi-2212 固有ジョセフソン接合列

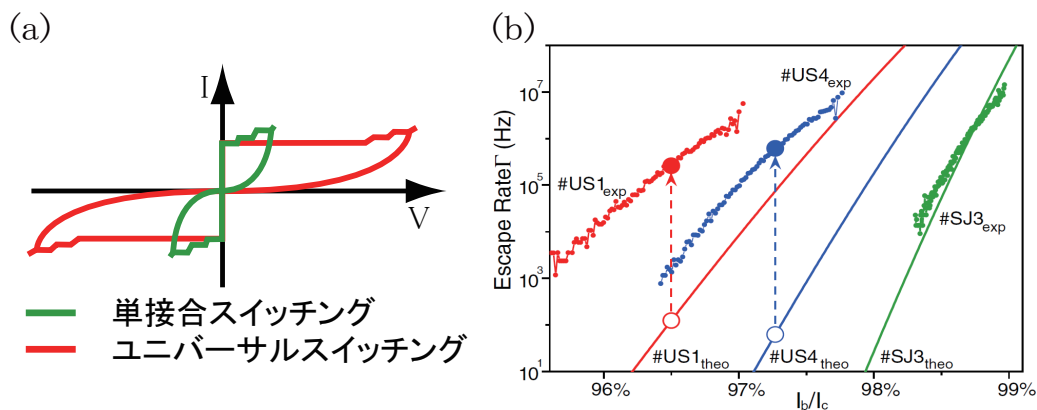


図 2.9 (a) 固有ジョセフソン接合列の I-V 特性 (b) ユニバーサルスイッチングにおける脱出確率の上昇 (文献 [11] より)

## 2.5 測定系と測定方法

### 2.5.1 希釈冷凍機の原理

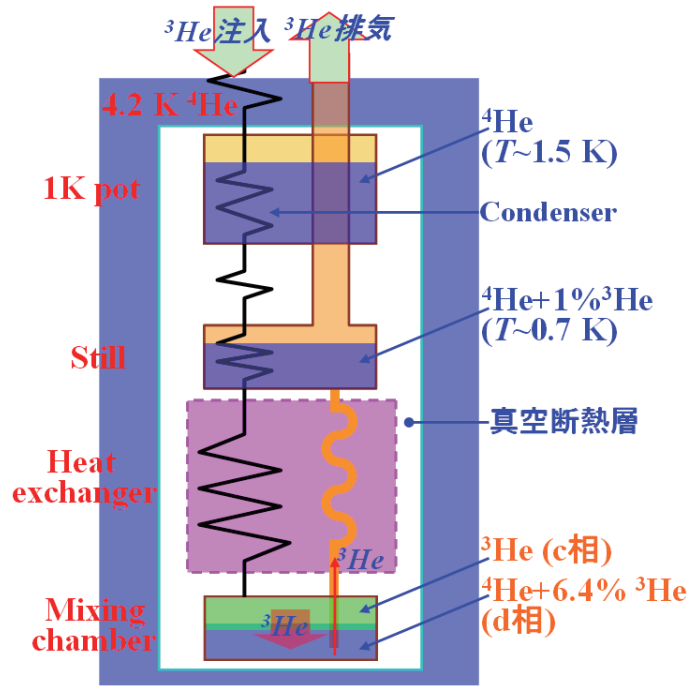


図 2.10 希釈冷凍機の概略図

図 2.10 に希釈冷凍機主要部の概略図を示す。 $^3\text{He}/^4\text{He}$  の mixture をポンプによって循環させるが、定常状態ではほぼ  $^3\text{He}$  だけの循環となる。注入された  $^3\text{He}$  ガスは、1Kpot、still、heat exchanger を介すことで液化され、最終的に mixing chamber(M/C) 内に到達する。約 0.8[K] において、M/C では  $^3\text{He}$  のみの液体から構成される c 層と、超流動  $^4\text{He}$  の中に 6.4% 一定の  $^3\text{He}$  が溶け込んだ d 層に二層分離する。これらの二層にはそれぞれ  $^3\text{He}$  が存在するが、そのエントロピーを比較すると、d 層の  $^3\text{He}$  のエントロピーは c 層  $^3\text{He}$  のそれに比べてはるかに大きな値を持っている。そこで、図 2.10 のように d 層から  $^3\text{He}$  をポンピングすると、c 層の  $^3\text{He}$  が d 層に溶け込む。このとき、 $^3\text{He}$  のエントロピーが断熱下において増大するため、冷却が起こる。希釈冷凍機はこの物理現象を繰り返すことにより、mK という低温を実現する [21]。本研究で我々が用いた希釈冷凍機のベース温度（最低到達温度）は約 300[mK] である。本来仕様では約 40[mK] であったが、震災の影響により mixture の混合比の変化や配管にリークが生じたため、ベース温度が上昇した。

### 2.5.2 測定系の概要

図 2.11(a) に測定系の概略図を示した。サンプルは希釈冷凍機 M/C と同じ温度ステージにあるコールドフィンガー上にセットされる。サンプルから外部へのラインとして、直径 0.4[mm] の高イン

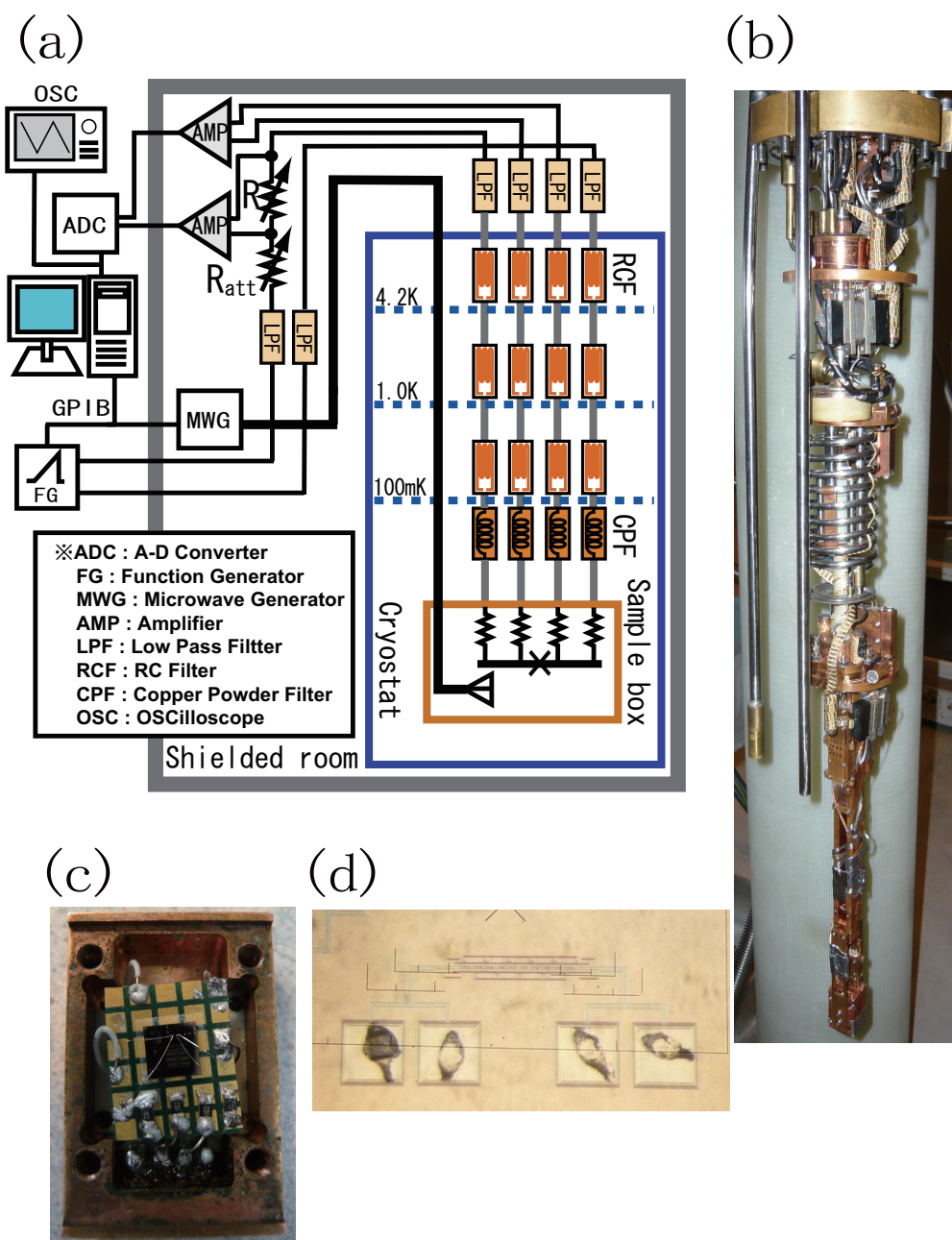


図 2.11 (a) 測定系の概略図 (b) 希釈冷凍機主要部 (c) サンプルホルダー上に固定し、各端子をボンディングしたサンプルの写真 (d) チップ上のサンプルの写真

ピーダンス同軸セミリジットケーブルを用いる。これにより外部からの熱流入及びノイズの侵入を防いでいる。さらに、外部から混入するノイズを抑制する目的で Cut-off 周波数が 145[MHz] (20[GHz] で 40dB の減衰が得られる) の LPF を希釈冷凍機上部に設置し、希釈冷凍機内部には Sorb、1Kpot、M/C 上にそれぞれ一つずつ RC フィルタ、M/C 上にはさらにカーボンパウダーフィルタを、そしてサンプル直前に 1[kΩ] のチップ抵抗を設置した。サンプルへのバイアスは、ランプ電圧波形によってバイアスされる。バイアスを間欠的に加えることによりサンプルの温度上昇を防止している。ま



た、S/N 比を大きくするために、ファンクションジェネレータの出力は  $R_{att}$  によって減衰してからサンプルに印加される。接合を流れる電流は、基準抵抗  $R(1[k\Omega])$  の両端の電圧を測定することで求め、接合の電圧及び電流はアンプを介してそれぞれ 50 倍と 5 倍に増幅してから A/D 変換され、コンピュータに取り込まれる。希釈冷凍機、アンプはシールドルーム内に設置し、コンピュータやオシロスコープ、ファンクションジェネレータはシールドルームの外に設置して実験を行った。

図 2.11(b) は希釈冷凍機主要部の写真、(c) はサンプルホルダー上に固定し、各端子をボンディングしたサンプルの写真、(d) はチップ上のサンプルの写真をそれぞれ示している。

### 2.5.3 スイッチング電流分布の測定

2.3 節で述べた様に、ランプ波形のバイアス電流を印加していくと、臨界電流値付近で超伝導状態から常伝導状態（有電圧状態）への遷移（スイッチング）が起こる。このスイッチングが起きた時の電流値をスイッチング電流値  $I_{SW}$  という [18]。図 2.12 のように横軸に時間を取った時、バイアス電流を印加していくと突然サンプルに電圧  $V_g$  が発生する。その時の電流値が  $I_{SW}$  であり、その値を記録する。スイッチング電流値にはある程度の幅がある。ランプバイアスを印加し、スイッチング電流値を記録するという作業を繰り返し、ヒストグラムにしたものをスイッチング電流分布という（図 2.13）。

本研究においては、このスイッチング電流分布の測定と、この分布から得られる脱出確立について各サンプルを評価し、比較を行う。なお、脱出確率はスイッチング電流分布と次式により計算することが出来る [18] [22]。

$$\tau^{-1}(N) = \left( \frac{dI}{dt} \frac{1}{\Delta I} \frac{P(N)}{\sum_{j=1}^{N_{\max}} P(j) - \sum_{j=1}^N P(j)} \right) \quad (2.24)$$

$$\frac{dI}{dt} : \text{バイアス電流掃引速度} \quad (2.25)$$

$$\Delta I : \text{ビン幅} \quad (2.26)$$

ここで、 $N$  はスイッチング電流分布の全幅をビン幅  $\Delta I$  で分割した時のビンの総数を、 $P(j)$  は  $I_{SW}$  の小さい方から数えた時の  $N$  番目のビンをそれぞれ表わしている。図 2.14 は図 2.7 (a) のスイッチング電流分布より式 (2.24) を用いて得られた脱出確率を示している。

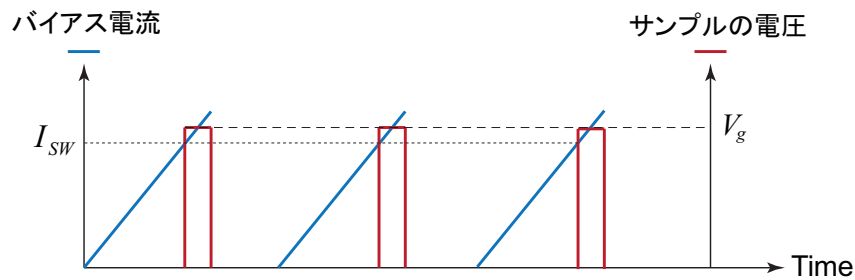


図 2.12 バイアス電流とサンプルの電圧の関係

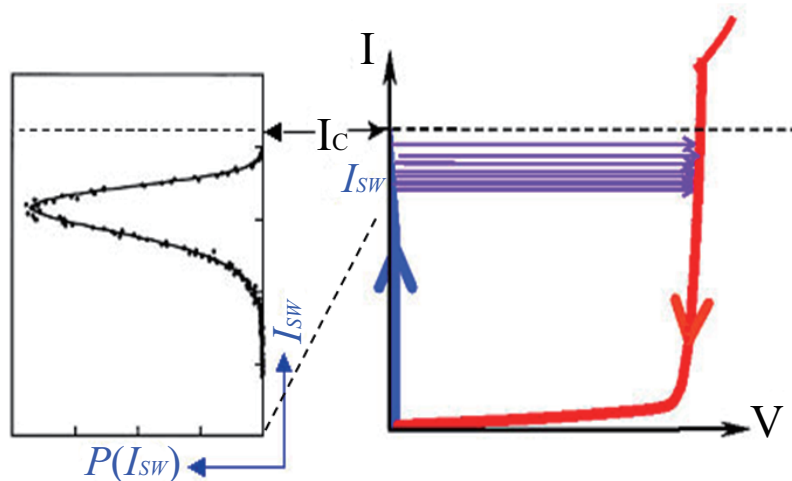


図 2.13 スイッチング電流分布の測定方法 (右図)I-V 特性におけるスイッチングの様子 (左図) スイッチング電流値  $I_{sw}$  から得られるスイッチング電流分布

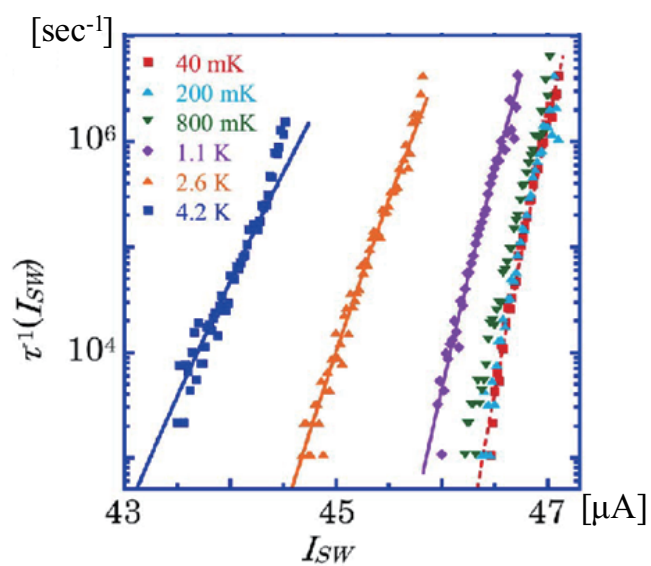


図 2.14 図 2.7 (a) スイッチング電流分布より得られた脱出確率 (文献 [10] より)





### 3 固有ジョセフソン接合列の共鳴特性

#### 3.1 共鳴励起と Q 値

量子現象が観測される低温下において、ジョセフソン接合の位相空間における仮想粒子のエネルギーは量子化され離散的なエネルギー準位を形成する [22] [23]。このポテンシャル中に形成されるエネルギー準位の計算は、A.I.Larkin [24] らや D.Esteve [25] らによってなされている。ジョセフソン接合を用いた超伝導位相量子ビットは、位相空間での洗濯板型ポテンシャルの基底準位と第一励起準位をそれぞれ量子ビットの  $|0\rangle$  と  $|1\rangle$  に対応させる。このエネルギー準位間のエネルギー差に相当する周波数のマイクロ波を照射すると仮想粒子は基底状態 ( $|0\rangle$ ) から第一励起状態 ( $|1\rangle$ ) に遷移する。これを共鳴励起と言う (図 3.1(a))。量子ビットの操作・読み出しにはこの共鳴励起を利用する。

基底状態のエネルギーと第一励起状態のエネルギーの差を  $E_{01}$  とすると、マイクロ波の周波数が  $\nu (= E_{01}/h)$  の時、つまりマイクロ波の周波数  $\nu$  が共鳴周波数と等しい時、共鳴励起が起こる。共鳴励起が起きた場合、第一励起準位から MQT により仮想粒子はポテンシャル井戸から脱出し、スイッチングする。このように、共鳴励起が起きるとエネルギー準位が高くなるためポテンシャル障壁の高さは低くなる。つまり、より低いバイアス電流下でスイッチングを観測することが出来るのである。以下、北畠らによる測定結果 [26] を示す。

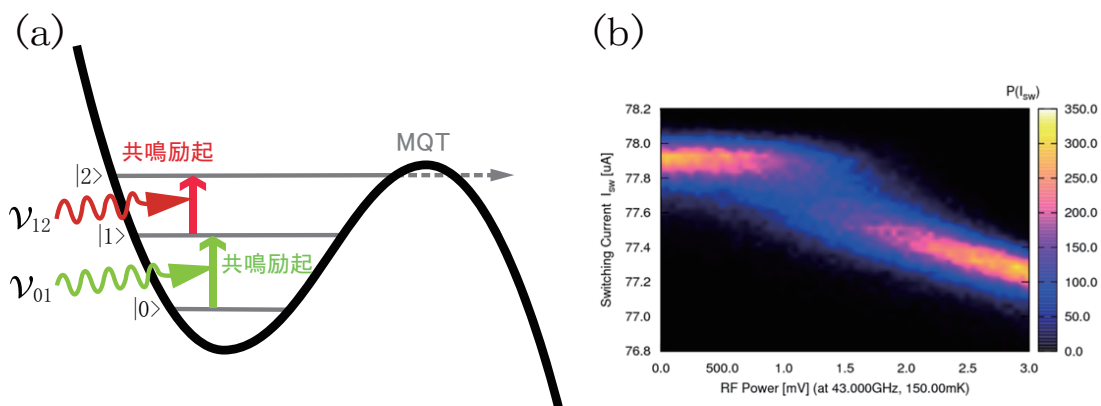


図 3.1 (a) 共鳴励起 (b) マイクロ波パワーとスイッチング電流値の関係 (文献 [26] より)

マイクロ波パワーとスイッチング電流値の関係を示したのが図 3.1(b) である。同様にしてマイク

口波パワーを変えてスイッチング電流分布を求めたものが図 3.2(a)、パワーごとの脱出確率を求めたものが図 3.2(c) である。図 3.2(a) より、マイクロ波の照射により  $I_{SW}$  が低い方へスイッチング電流分布が変化していく様子が確認できる。図 3.2(c) では、マイクロ波の照射により共鳴電流付近での脱出確率の増加が確認できる。ここで、マイクロ波のパワー  $P_{mw}$  が 1.5[mV] の時の脱出確率の増加の割合をプロットしたものが図 3.2(b) である。増加の割合を示す縦軸は  $\frac{\Gamma(P_{mw}) - \Gamma(0)}{\Gamma(0)}$  によって求められている。この (b) のグラフから以下の式を用いて Quality factor (Q 値) を求めることが出来る。

$$Q = \frac{\text{ピーク電流に対するプラズマ周波数 } \nu_0}{\text{分布の半値幅の周波数換算 } \Delta\nu}$$

これより求められた Q 値は  $Q \approx 70$  であった。

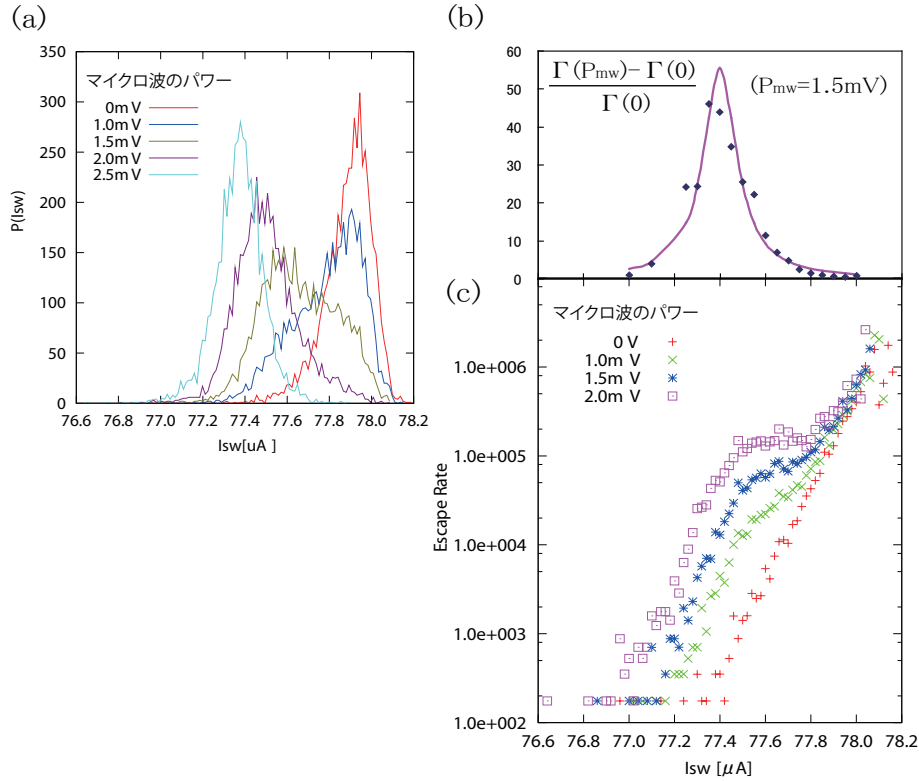


図 3.2 マイクロ波照射による共鳴励起 (文献 [26] より) (a) スwitchング電流分布の照射するマイクロ波のパワー依存性 (b) マイクロ波を照射しない時と比較した、照射時の脱出確率の増加の割合 (c) 脱出確率の照射するマイクロ波のパワー依存性

### 3.2 ラビ振動と Q 値

定バイアス状態で、エネルギー準位間で共鳴励起が起こる周波数のマイクロ波を照射したとき、各エネルギー準位における仮想粒子の存在確率はマイクロ波の照射時間に依存して周期的に振動する。この振動をラビ振動と言う。また、マイクロ波の照射時間が一定の場合には、マイクロ波のパワーの平方根  $\sqrt{P}$  によっても振動する。

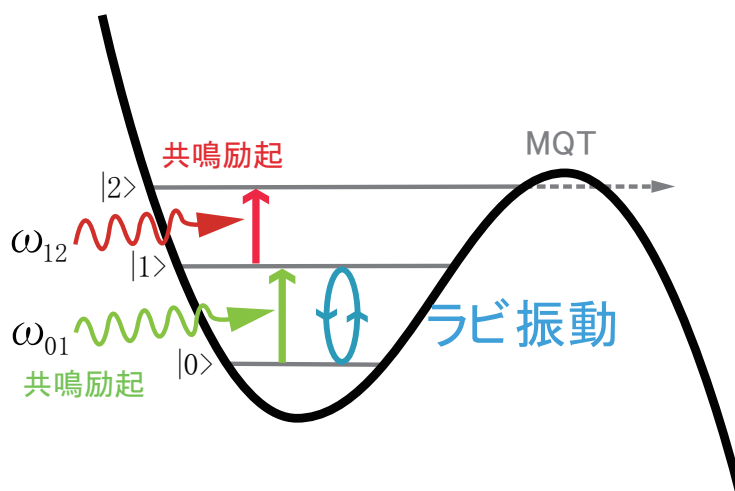


図 3.3 ラビ振動

高温超伝導体において共鳴励起は観測されているが、このラビ振動は未だ観測されていない。その原因として考えられるのが  $Q$  値が低いことである。金属系低温超伝導体のジョセフソン接合においてラビ振動が観測される時、 $Q \approx 10^3 \sim 10^4$  という値が得られている [27] [28]。一方、高温超伝導体においては、先に述べた北畠らの測定が  $Q \approx 70$ 、この他同様に Bi-2212 について  $Q = 80 \sim 110$  といった値が、YBCO において  $Q \approx 40$  などが報告されている [29] [13]。以上のように高温超伝導体の共鳴特性において観測される  $Q$  値は金属系低温超伝導体に比べ大きく低下している。

そこで、まず Bi-2212 固有ジョセフソン接合の接合自体の散逸を計算してみる。散逸の度合いを表すダンピング係数は式 (2.19) より  $Q^{-1} = \frac{1}{\omega_{p0} R_{qp} C}$  と与えられておりその逆数である接合の  $Q$  値を計算すると、 $Q \approx 470$  と求まる。これより、 $Q$  値が 70 まで低下している要因は、接合自体の散逸によるものではないと判断できる。

### 3.3 Q 値低下の要因とその対策

前節で述べたように、高温超伝導体においてラビ振動を観測するためには  $Q$  値を上げる必要がある。そこで、現在の測定系において  $Q$  値を低下させている要因として以下のものが考えられる。

1. エネルギー準位の縮退
2. 抵抗による熱雑音
3. 電磁場とサンプルの結合が弱い

これら 3 つの要因について順に考察していく。

#### 3.3.1 エネルギー準位の縮退

Bi-2212 固有ジョセフソン接合は超伝導層と絶縁層が原子オーダーで積層していることから接合間結合の存在が指摘されており、そのため単接合スイッチングのように一接合を見た時もそのエネルギー

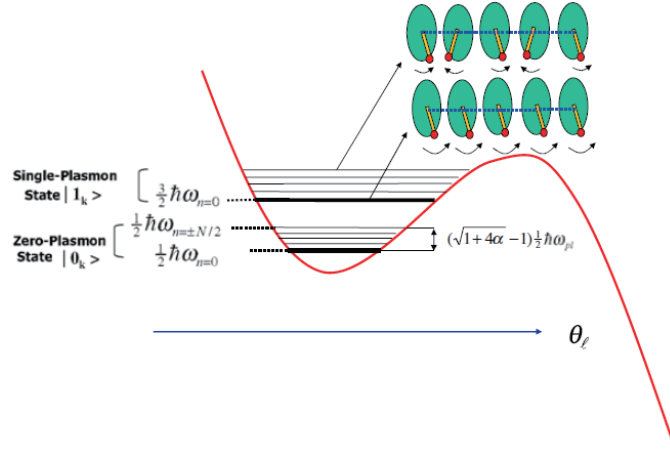


図 3.4 エネルギー準位縮退の様子（文献 [30] より）

ギー準位は図 3.4 のように変化が生じると報告されている [30]。このエネルギー準位の縮退による  $Q$  値低下の可能性が考えられる。このエネルギー準位の縮退については接合列の集団的力学特性を解明することで理解できると考えられる。しかし、現在実験による知見はなく、十分な解明はされていない。そこで複数個のジョセフソン接合を直列につないだジョセフソン接合列を測定することでその解明を目指す。詳細については第 4 章で述べる。

### 3.3.2 抵抗による熱雑音

図 3.5 に示すように、我々の測定系において、減衰抵抗  $R_{att}$  を含め多くの抵抗が存在する。これら抵抗には以下の式に従う熱雑音が生じる。

$$\Delta V = \sqrt{4kTBR} \quad (3.1)$$

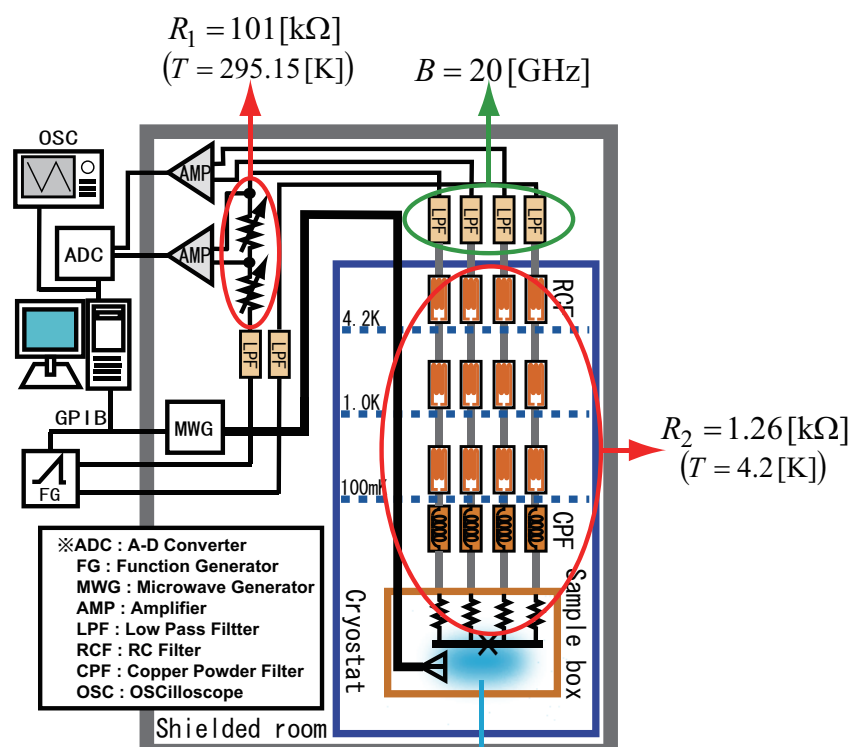
それぞれ、 $k$  はボルツマン定数、 $T$  は絶対温度、 $B$  は帯域幅、 $R$  は抵抗値である。仮に、この熱雑音のみが存在し他にノイズが存在しないと仮定して考える。ジョセフソン接合の  $I_C = 48.54[\mu A]$ 、 $C = 76.26[fF]$ 、 $I/I_C = 0.96$  として以下の式より  $Q$  を計算する。

$$Q = \frac{\omega_p(I)}{\omega_p(I - \Delta I) - \omega_p(I + \Delta I)} \quad (3.2)$$

すると  $Q \approx 70$  と求まる。従って抵抗による熱雑音によって  $Q$  値は大きく低下していると判断できる。

### 3.3.3 電磁場とサンプルの結合

北畠らの測定 [26] では図 3.5 に示したように、マイクロ波の照射はアンテナからサンプルへ空間放射によって行われていた。そのため、照射されたマイクロ波全てがサンプルには届いておらず、その周辺にも照射されていると考えられる。これによりサンプル周辺にヒーティングの効果をもたらすこ



マイクロ波はアンテナから空間放射

図 3.5 測定系における Q 値低下の要因

とも推測される。従って、この電磁場とサンプルの結合が弱いことも Q 値を低下させている要因と考えられる。

### 3.3.4 フィルタの設計

本節では Q 値を低下させている要因として考えられた抵抗による熱雑音に対する対策を述べていく。

熱雑音は式 (3.1) にあるように温度の平方根に比例する。つまり、抵抗の温度を下げればその熱雑音も減少する。そこで、図 3.5 の抵抗  $R_1$  のうち減衰抵抗  $R_{att}(100[k\Omega])$  を希釈冷凍機内に設置することを考える。その場合、同様に式 (3.1) と式 (3.2) から Q 値を求めると  $Q \approx 590$  まで上昇すると見積もられる。この状態で、更にフィルタを設置することで熱雑音を減少させれば金属系低温超伝導体と同様の  $Q \approx 10^3 \sim 10^4$  への向上が期待できる。

そこで、よりよい減衰を得るためにフィルタをサンプル直前にオンチップで設置する。フィルタによる信号の減衰目標は、S 行列 (2,1) 成分の周波数応答が、1GHz で-40dB の減衰が得られることとした。これを成し得た時、Q 値は  $Q \approx 2650$  と見積もられ、 $Q \approx 10^3 \sim 10^4$  が達成されるからである。設計したフィルタ回路を図 3.6 に示す。インダクタンス  $L_K$  はサンプル Bi-2212 固有ジョセフソン接合のカイネティックインダクタンスを利用し、キャパシタンス  $C_f$  は図 3.7 のように Au と SiO によって作製する。Bi-2212 の超伝導線について、各パラメータのときのインダクタンス  $L_K$  の

値を表 3.1 にまとめた。図 3.8 は図 3.6 のフィルタ回路において  $C_f$  固定のもとインダクタンス  $L_K$  の値を変えたとき、インダクタンス  $L_K$  固定のもとキャパシタンス  $C_f$  の値を変えたときの S 行列 (2,1) 成分の応答をみたものである。図 3.8(b) にある  $C_f = 50[\text{pF}]$ 、 $L_K = 3041.26[\text{pH}]$  のとき 1GHz で約-40dB の減衰が確認できる。この値が得られる Bi-2212 固有ジョセフソン接合の超伝導線、キャパシタンスそれぞれの各パラメータの一例として以下の図 3.9 が挙げられる。

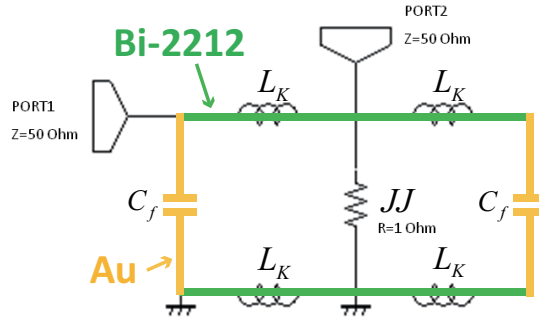


図 3.6 フィルタ回路

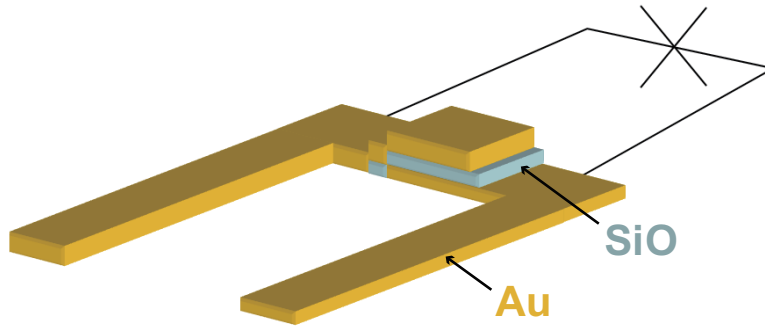


図 3.7 キャパシタンス  $C_f$  の概略図

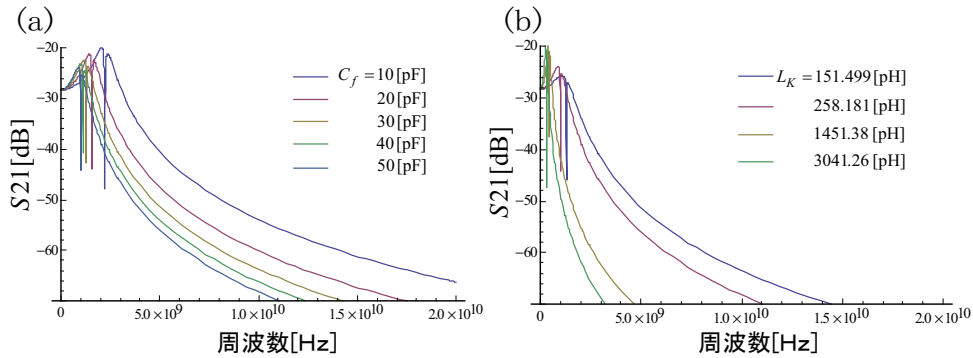


図 3.8 フィルタの周波数応答 (a)  $L_K = 258.2[\text{pH}]$  固定のもと  $C_f$  の値を変えたとき (b)  $C_f = 50[\text{pF}]$  固定のもと  $L_K$  の値を変えたとき

表 3.1 Bi-2212 のカイネティックインダクタンス  $L_K$  について

インダクタンス $L_K$ [pH]	長さ (l) [ $\mu\text{m}$ ]	幅 (w) [ $\mu\text{m}$ ]	高さ (h) [ $\mu\text{m}$ ]
151.499	100	2	0.3
258.181	100	2	0.1
1451.38	500	2	0.1
3041.26	1000	2	0.1

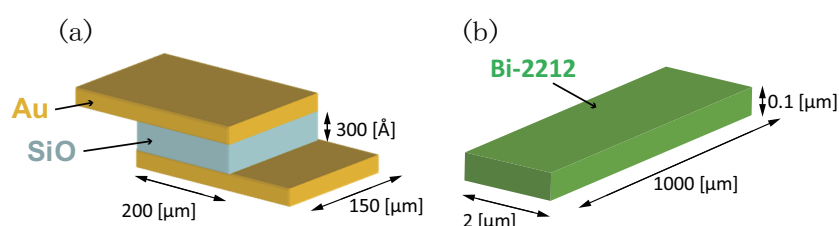


図 3.9 各パラメータの値 (a)Bi-2212 カイネティックインダクタンス  $L_K = 3041.26$  [pH] となるパラメータ (b) キャパシタンス  $C_f = 50$  [pF] となるパラメータ

### 3.3.5 Coplanar 型導波路

Q 値低下の要因の一つとして電磁場とサンプルの結合が弱いことが考えられた。それは、現在マイクロ波照射はアンテナによる空間放射によって成されているからである。そこで Coplanar 型導波路を導入することでサンプルへ信号線を直接入力する。

Coplanar 型導波路及びその周辺の概略を図 3.10 に示した。マイクロ波は減衰せずにサンプルに入力されることが望ましいため、マイクロ波ラインにフィルタを入れることは出来ない。そこで、DC ブレイクのためのキャパシタンス  $C$  を入れる。Coplanar はインピーダンス整合をとるために特性インピーダンスが  $50[\Omega]$  となるように調整する。その時の各パラメータ例を表 3.2 に示した。Coplanar より先は、図 3.6 のフィルタ回路の PORT2 へ繋ぎ、信号線をサンプルへ直接接続する。これにより、これまで行われてきた空間放射と比較して電磁場とサンプルの結合は強くなると考えられる。

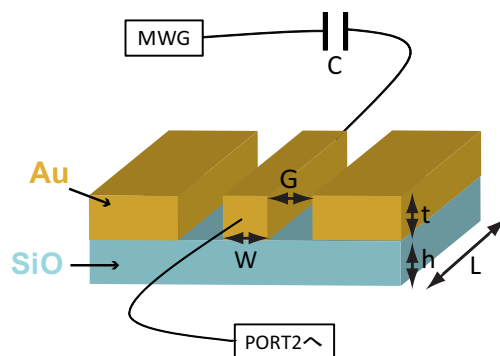


図 3.10 Coplanar 型導波路



表 3.2 Coplanar の特性インピーダンスが  $50[\Omega]$  となるパラメータ例

インピーダンス $[\Omega]$	$W[\mu\text{m}]$	$G[\mu\text{m}]$	$t[\mu\text{m}]$	$h[\mu\text{m}]$
50	5	4.3	0.5	100
50	10	7.5	0.5	100
50	16	11.1	0.5	100

### 3.4 まとめ

金属系低温超伝導体では観測されているラビ振動が高温超伝導体では観測されていない原因として  $Q$  値の低下が考えられた。低温超伝導体においてラビ振動が観測される時  $Q$  値は  $Q \approx 10^3 \sim 10^4$  程度が得られている。しかし、高温超伝導体 Bi-2212 を用いた北畠らの測定 [26] では  $Q \approx 70$  と低下している。そこでまず接合自体の散逸を評価した。すると  $Q \approx 470$  と求まり、70 までの低下は接合の散逸によるものではないと判断できた。

測定系において  $Q$  値を低下させている要因として以下の 3 つが考えられた。

1. エネルギー準位の縮退
2. 抵抗による熱雑音
3. 電磁場とサンプルの結合が弱い

抵抗による熱雑音を考えると最大  $Q \approx 70$  まで低下する可能性がある。低温超伝導体と同様の  $Q \approx 10^3 \sim 10^4$  程度を実現するための対応策として、減衰抵抗 ( $R_{\text{att}}$ ) を希釈冷凍機の中に設置することで  $Q \approx 590$  まで向上し、さらにフィルタの導入により  $Q \approx 2650$  まで向上すると見積もられた。また、そのためのオンチップフィルタに必要なデバイスパラメータを求めた。

電磁場とサンプルの結合を強化するための対策として、Coplanar 型導波路を利用しサンプルへ信号線を直接入力することを考え、その設計を行った。

しかし、接合列におけるエネルギー準位の状態が分からなければラビ振動観測に必要な  $Q$  値を正確に見積もることは出来ず、また縮退による  $Q$  値低下の可能性も解明できない。従って、エネルギー準位の解明が最も重要な課題と判断し、次章では接合列の集団的力学特性について述べていく。

## 4 Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb ジョセフソン接合列の集団的力学特性

### 4.1 概要

第3章で述べたように、接合列におけるエネルギー準位を理解するために、接合列の集団的力学特性を解明することが必要である。また、超伝導マルチ量子ビットを実現するためにはジョセフソン接合を並列もしくは直列に結合することは避けられない。その際も接合列の集団的振舞いについての理解が必要となるが、現在十分な解明はされていない。さらに、固有ジョセフソン接合については接合間結合の存在もあり、より複雑な振舞いを示していると考えられる。そこで本章では

- ジョセフソン接合の集団的力学特性の理解
- スイッチング電流分布からエネルギー準位を特定する方法論の確立

の2点を目標としている。

### 4.2 サンプルについて

Bi-2212 固有ジョセフソン接合は結晶そのものがジョセフソン接合となっており、物理的に一接合のみを取り出すこと、複雑な加工は困難である。そこで、特性が知られており、接合の各パラメータの設定が可能な Nb を用いたジョセフソン接合を直列に並べ仮想的な固有ジョセフソン接合列を作製し、スイッチング電流分布の測定及びそこから計算される脱出確率について評価した。

作製したサンプルを図 4.1 に示した。Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb のジョセフソン接合を用いて、ISTEC standard process(STP2) によって作製した。図 4.1(a) はジョセフソン接合を直列に結合しただけの接合列である。上段の等価回路中の  $L$  は超伝導線のインダクタンスを考慮している。下段のレイアウトにおいて中央の一本のラインのうち赤い四角で描かれているのが、ジョセフソン接合を示している。上下に配置された幅のある緑のラインはモートとして働いている。図 4.1(b) は接合列に対して接合間結合としてキャパシタンスによる静電結合 (Coupling capacitor;  $C_c$ ) を入れた接合列である。下段のレイアウトにおいて上下に配置された幅のある緑のラインが  $C_c$  を構成しており、中央のラインから上下へ青い線が配線されている。

この静電結合の有るものと無いもの 2 種類について接合面積、接合数などを変えたサンプルを作製し、測定した。

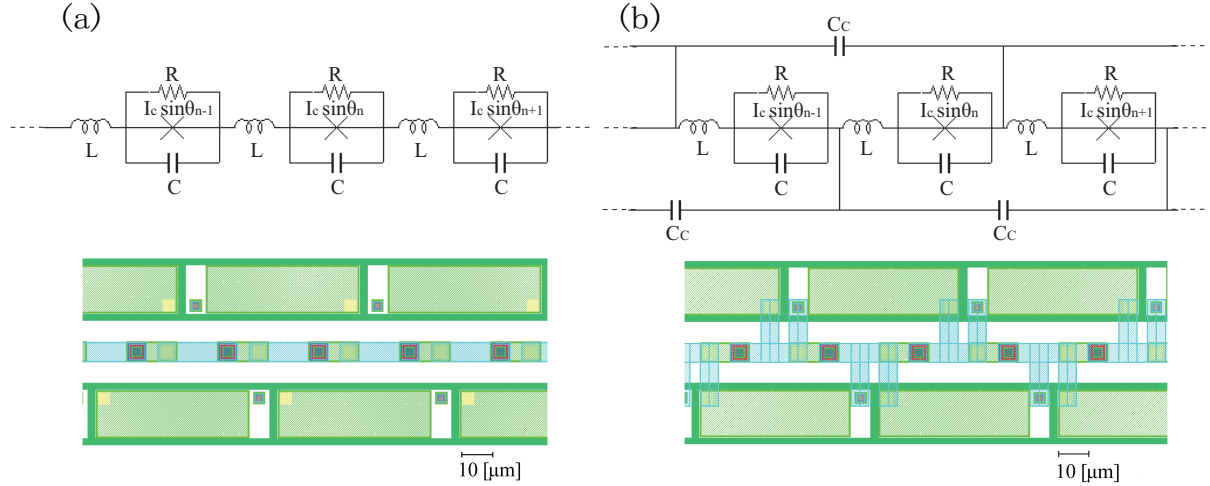


図 4.1 作製したサンプルの等価回路とレイアウト (a) ジョセフソン接合を直列に並べた接合列  
(b) 接合間結合としてカップリングによる静電結合 ( $C_C$ ) を入れた接合列

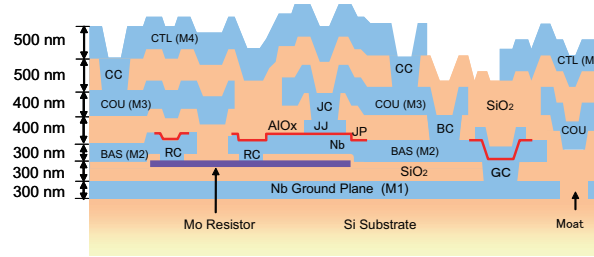


図 4.2 SRL Nb 標準プロセス (STP2) のデバイス構造

## 4.3 測定結果および考察

### 4.3.1 接合数の違いによる集団的力学特性

まず初めに TA 領域、MQT 領域それぞれにおいて静電結合を入れていないジョセフソン接合を直列に並べた接合列 (図 4.1(a)) の接合数の違いによる集団的力学特性の変化を見ていく。

#### TA 領域 (4.2[K]) における集団的力学特性

図 4.3 に TA 領域におけるスイッチング電流についての結果を示した。また、表 4.1 に各接合列における  $I_{SW}$  の平均値をまとめた。図 4.3(a) は 1 接合、5 接合、10 接合におけるスイッチング電流分布である。接合数が増加するに従い、その分布は左にシフトしていく。つまり、スイッチング電流値  $I_{SW}$  が低くなっていることが分かる。そこで、これまでに測定した接合列の接合数を横軸にスイッチング電流値  $I_{SW}$  を縦軸にプロットしたものが図 4.3(b) である。全てのサンプルにおいて、接合数

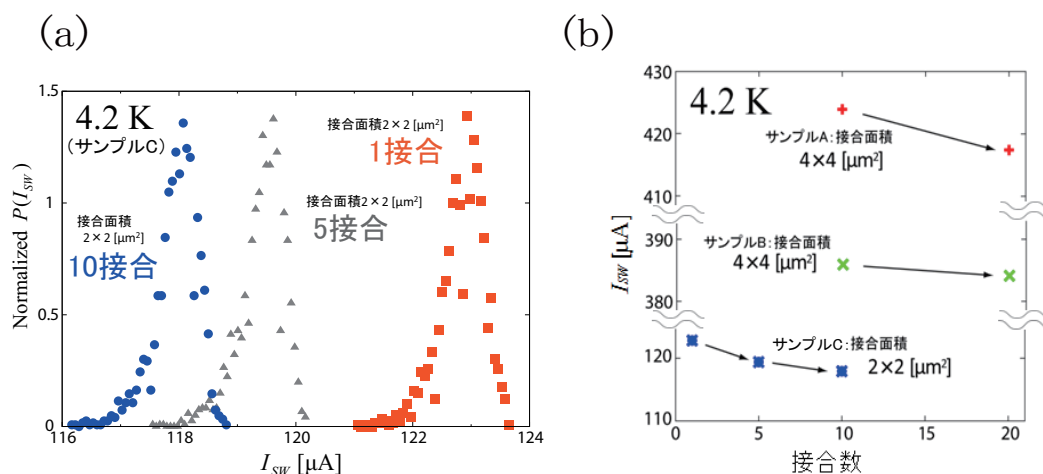


図 4.3 (a) サンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合のスイッチング電流分布 (b) 接合数と  $I_{SW}$  の平均値の関係

表 4.1 4.2 K における接合数と  $I_{SW}[\mu A]$  の平均値の関係

接合面積 $2 \times 2 [\mu m^2]$ (サンプル C)			接合面積 $4 \times 4 [\mu m^2]$ (サンプル A)		接合面積 $4 \times 4 [\mu m^2]$ (サンプル B)	
1 接合	5 接合	10 接合	10 接合	20 接合	10 接合	20 接合
122.82	119.40	117.93	423.94	417.41	385.91	384.10

が増加すると  $I_{SW}$  が減少している。つまり、スイッチングし易くなっていることからこれは脱出確率の上昇と理解できる。

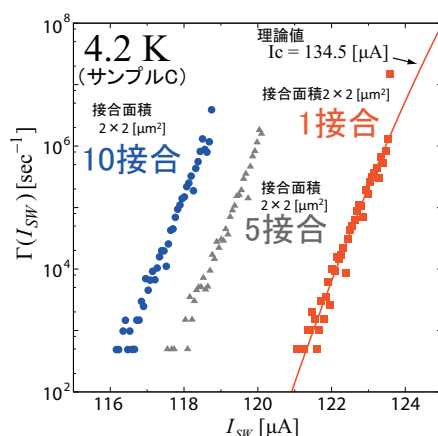


図 4.4 サンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率

図 4.4 に 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率を示した。接合数が増えるに従い、脱出確率が上昇している様子が確認できる。Jin ら [11] によると、MQT 領域において  $N$  接合の脱出確率は  $\Gamma(N) = N^2 \Gamma(1)$  と報告されている。そこで今回得られた結果を  $\Gamma(N) = N^\beta \Gamma(1)$  と仮定して、 $\Gamma(N)$  を  $\Gamma(1)$  に変換 ( $\Gamma(1) = \Gamma(N)/N^\beta$ ) してプロットし  $\beta$  の値を求めてみた。

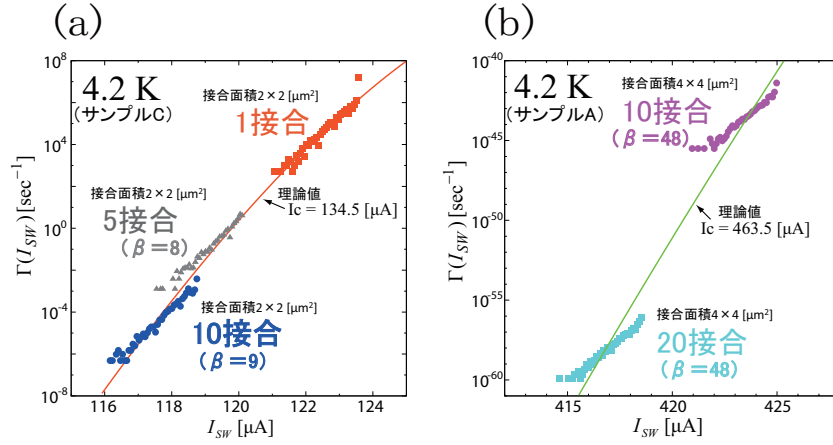


図 4.5 各接合数における脱出確率の上昇の割合 (a) サンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率の上昇 (b) サンプル A の 10 接合、20 接合の脱出確率の上昇

表 4.2 4.2K における各接合列の  $\beta$  の値

接合面積 $2 \times 2 [\mu\text{m}^2]$ (サンプル C)		接合面積 $4 \times 4 [\mu\text{m}^2]$ (サンプル A)	
5 接合	10 接合	10 接合	20 接合
$\beta = 8$	$\beta = 9$	$\beta = 48$	$\beta = 48$

図 4.5 に各接合列の脱出確率を  $\Gamma(1)$  に変換したものをプロットした。(a) は 1 接合の Kramers モデルによる理論線に一番フィットする  $\beta$  の値を求めた。一方 (b) に示したサンプル A では一接合を作製しておらず、測定できなかった。そこで一接合の  $I_C$  の値をパラメータとして理論線を引き、それに一番フィットした時の 10 接合、20 接合共通の  $\beta$  の値を求めた。各  $\beta$  の値は表 4.2 に示した。これより以下のことが考えられる。

- 接合数が増加すると  $\beta$  の値も大きくなっていることから、 $\beta$  も  $N$  の関数の可能性が考えらる。
- Jin らの報告による  $N^2$  エンハンスメントと大きく異なっている。しかし Jin らの結果は MQT 領域であるのに対して本結果は TA 領域であるため、熱雑音など MQT 領域とは異なる要因を考える必要がある。
- 図 4.5(b) で理論線と測定結果の傾きが異なるのは熱雑音によりスイッチング電流分布の標準偏差 ( $\sigma$ ) が広がっていることが考えらる。

そこで  $N$  接合となる時の脱出確率の上昇について Kramers モデルの理論式との比較をした。一接合の脱出確率は以下の式で与えられる。

$$\Gamma_{TA}(1) = \left(\frac{\omega_p}{2\pi}\right) \exp\left[-\frac{U_0}{k_B T}\right] \quad (4.1)$$

$$U(1) = -E_J[\alpha\theta + \cos\theta] \quad (4.2)$$

接合列では、キルヒホッフの法則及び直流ジョセフソン効果に従い各接合の位相が同期（ロック）し

ていると仮定した場合を考える。簡単のため、まず 2 接合が直列に接続されたとき、ポテンシャルは

$$U(2) = -E_J[\alpha\theta_1 + \cos\theta_1] - E_J[\alpha\theta_2 + \cos\theta_2] \quad (4.3)$$

となり、それを 3 次元に表わしたものが図 4.6 である。これより、2 接合の場合  $\omega_p(2) = \omega_p(1)$ 、

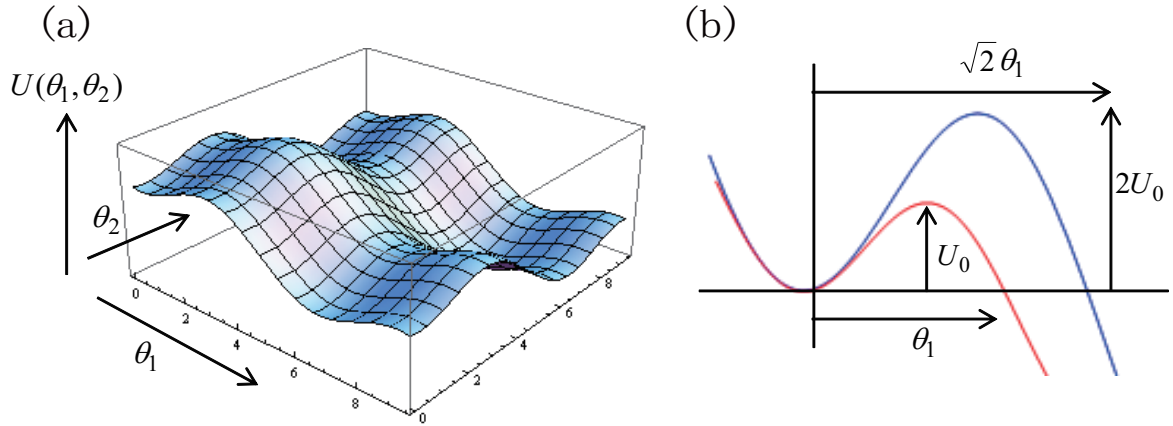


図 4.6 2 接合のポテンシャル (a) ポテンシャルの様子 (b) 赤線は  $\theta_1(\theta_2)$  軸上のポテンシャルの断面図、青線は位相がロックしている ( $\theta_1 = \theta_2$ ) 時のポテンシャルの断面図をそれぞれ表わしている。

$U_0(2) = 2U_0(1)$  が与えられる。次に、 $N$  接合に拡張して考える。 $\omega_p(N) = \omega_p(1)$ 、 $U_0(N) = NU_0(1)$  となるので、脱出確率は

$$\Gamma_{TA}(N) = \left(\frac{\omega_p}{2\pi}\right) \exp\left[-\frac{NU_0}{k_B T}\right] < \Gamma_{TA}(1) \quad (4.4)$$

のようになる。これは  $\exp$  の肩が  $N$  倍となっているため、接合数が増えるにつれて、脱出確率が減少していく。そこで、位相が同期しているという仮定とは反対に各接合が独立に動いており、かつ一つの接合がスイッチしたら他の接合も引きずられてスイッチすると考えると、そのオーダは

$$\Gamma_{TA}(N) = N\Gamma_{TA}(1) > \Gamma_{TA}(1) \quad (4.5)$$

と計算でき、 $N$  接合の脱出確率は一接合の脱出確率よりも  $N$  倍増加する。つまり  $\beta = 1$  である。脱出確率が上昇するという傾向は実験結果と同様であるが、その割合については大きく異なる。

#### MQT 領域 (400mk) における集団的力学特性

図 4.7 に MQT 領域におけるスイッチング電流についての結果を示した。また、表 4.3 に各接合列における  $I_{SW}$  の平均値をまとめた。図 4.7(a) は 1 接合、5 接合、10 接合におけるスイッチング電流分布である。TA 領域と同様に接合数が増加するに従い、その分布は左にシフトしていく。つまり、スイッチング電流値  $I_{SW}$  が低くなっていることが分かる。そこで先ほどと同様に測定した接合列の接合数を横軸に、スイッチング電流値  $I_{SW}$  を縦軸にプロットしたものが図 4.7(b) である。全てのサンプルにおいて  $I_{SW}$  の減少が確認できた。そこで、図 4.8 に 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率を示した。接合数が増えるに従い、脱出確率が上昇している様子が確認できる。次に、TA 領域と同様

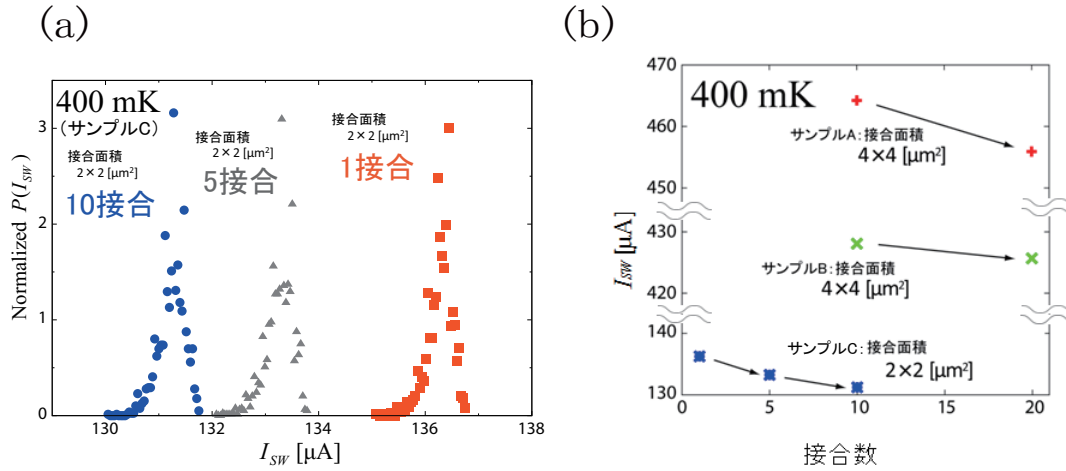


図 4.7 (a) サンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合のスイッチング電流分布 (b) 接合数と  $I_{SW}$  の平均値の関係

表 4.3 400mK における接合数と  $I_{SW}[\mu A]$  の平均値の関係

接合面積 $2 \times 2 [\mu m^2]$ (サンプル C)			接合面積 $4 \times 4 [\mu m^2]$ (サンプル A)		接合面積 $4 \times 4 [\mu m^2]$ (サンプル B)	
1 接合	5 接合	10 接合	10 接合	20 接合	10 接合	20 接合
136.26	133.25	131.23	464.23	455.93	428.07	425.68

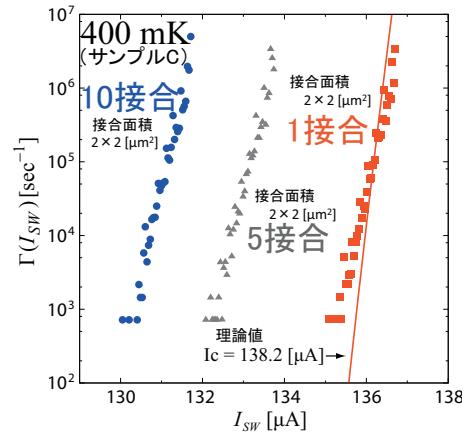


図 4.8 サンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率

に  $\Gamma(N) = N^\beta \Gamma(1)$  と仮定して、 $\Gamma(N)$  を  $\Gamma(1)$  に変換 ( $\Gamma(1) = \Gamma(N)/N^\beta$ ) してプロットし  $\beta$  の値を求めてみた。図 4.9 に各接合列の脱出確率を  $\Gamma(1)$  に変換したものをプロットした。(a)、(b) それぞれフィッティングの仕方は TA 領域と同様にして  $\beta$  の値を求めた。各  $\beta$  の値は表 4.4 に示した。TA 領域と比較して、MQT 領域では  $\beta$  の値が大きく上昇した結果となった。これより以下のことが考えられる。

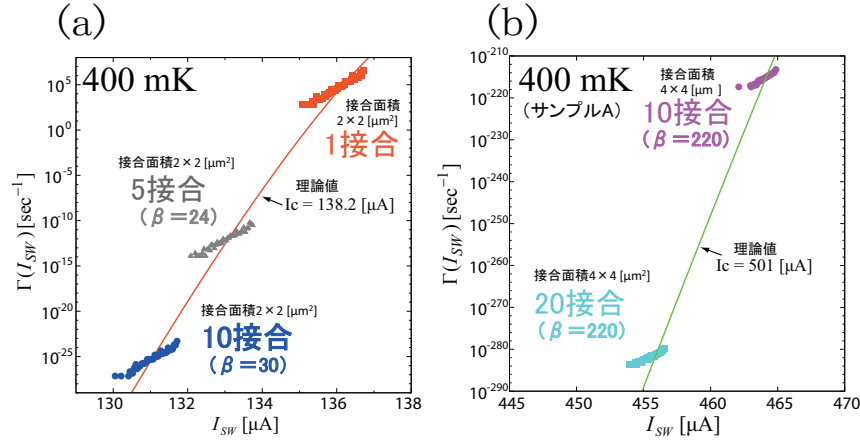


図 4.9 各接合数における脱出確率の上昇の割合 (a) サンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率の上昇 (b) サンプル A の 10 接合、20 接合の脱出確率の上昇

表 4.4 400mK における各接合列の  $\beta$  の値

接合面積 $2 \times 2 [\mu\text{m}^2]$		接合面積 $4 \times 4 [\mu\text{m}^2]$ (サンプル A)	
5 接合	10 接合	10 接合	20 接合
$\beta = 24$	$\beta = 30$	$\beta = 220$	$\beta = 220$

- 一接合からの脱出確率の増加の割合 ( $\Gamma(N) = N^\beta \Gamma(1)$  と仮定した時、フィッティングの取れた  $\beta$  の値) は、TA 領域よりも MQT 領域の方が大きい。
- 接合数が増加すると  $\beta$  の値も大きくなっているため、MQT 領域においても  $\beta$  は  $N$  の関数の可能性が考えらる。
- Jin らの報告 [11] による  $N^2$  エンハンスメントは  $\beta = 2$  であり、その値と比較しても大きく異なる。つまり Bi-2212 におけるエンハンスメントと今回の Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb 接合でのダイナミクスには何か大きな違いがあると考えられる。
- 図 4.9 で理論線と測定結果の傾きが異なっている。MQT 領域における脱出確率の傾きに影響するパラメータは、Q 値、臨界電流値  $I_c$ 、接合内キャパシタンス C、エネルギー準位、接合間結合の存在などが考えられる。

ここで、WKB(Wentzel-Kramers-Brillouin) 近似による MQT 領域の脱出確率の理論式との比較をした。一接合において、MQT 領域の厳密な脱出確率の計算は経路積分 [8] により求められている。しかしこの計算方法は複雑であり、 $N$  接合へと拡張することは困難である。そこで半古典近似と言われている WKB 近似を用いて計算した。なお、一接合において経路積分と WKB 近似による結果は一致することが確認されている。WKB 近似による一接合の MQT による脱出確率は

$$\Gamma_{MQT} = \frac{\omega_p}{2\pi} \exp \left[ -\frac{2S}{\hbar} \right] \quad (4.6)$$



となる。その時、有効作用  $S$  は以下のように与えられる [31]。

$$S = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{2m[U(\theta) - E]} d\theta \quad (4.7)$$

このときの  $U(\theta)$  の  $\theta$  は接合数ではなくその関数であることを示しており、積分区間  $\theta_1$  と  $\theta_2$  は図 4.10 に示す洗濯板型ポテンシャル中をトンネルする始点と終点の位相である。

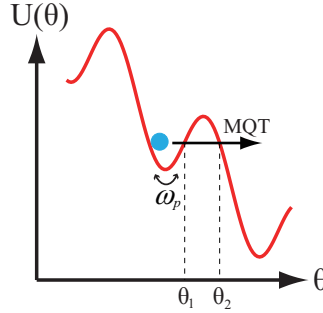


図 4.10 WKB 近似による脱出確率の計算

TA 領域の時と同様に各接合の位相がロック（同期）していると仮定すると、2 接合の場合は図 4.6 のようになり、 $N$  接合では各パラメータは、 $m(N) = Nm$ 、 $U(N) = NU$ 、 $\omega_p(N) = \omega_p$ 、 $E(N) = NE$  となる。すると、有効作用  $S$  は以下のように計算できる。。

$$S(N) = N\sqrt{N} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{2m[U(\theta) - E]} d\theta = N\sqrt{N}S(1) \quad (4.8)$$

よって、 $N$  接合の脱出確率は

$$\Gamma_{MQT}(N) = \frac{\omega_p}{2\pi} \exp \left[ -\frac{2N\sqrt{N}S}{\hbar} \right] < \Gamma_{MQT}(1) \quad (4.9)$$

となり、 $\exp$  の肩の項が接合数により増加していくので、脱出確率は減少する。

そこで、各接合が独立に動いており、かつ一つの接合がスイッチしたら他の接合もつられてスイッチする考えるとそのオーダーは TA 領域と同じく

$$\Gamma_{MQT}(N) = N\Gamma_{MQT}(1) > \Gamma_{MQT}(1) \quad (4.10)$$

と計算できる。 $N$  接合の脱出確率は一接合に比べ  $N$  倍に上昇する。つまり  $\beta = 1$  である。こちらも、脱出確率が上昇するという傾向は実験結果と同様であるが、その割合は大きく異なる。この結果は TA 領域で得られてものと同様である。つまり各接合が独立に動いていたとき、最初に一接合に引きずられて全ての接合がスイッチするという考え方とは他に、最初の一接合がスイッチする電流値  $I_{SW}$  が接合列における何か他の作用により減少していると考えられる。その作用としては、各接合間を結合している超伝導線によるインダクタンス、接合列全体にグローバルにキャパシタンスやインダクタンスが生じている可能性などが考えられる。4.2K におけるこれらの効果については後の 4.4 節で考察していく。

### 脱出確率の傾きについて

これまで TA 領域、MQT 領域について脱出確率の増加の割合  $\beta$  を求めた際に、図 4.5(b) や図 4.9(a)(b) では理論線と実験値の傾きが異なっていた。その理由として TA 領域、MQT 領域に共通なものは Q 値、臨界電流値  $I_C$ 、接合内キャパシタンス  $C$  が、MQT 領域においては更にエネルギー準位、接合間結合の存在といったパラメータが一接合と比較して変化していることが考えられた。したがって、接合列となると一接合の理論値と異なる傾きとなることはまだ可能性として考えられるが、図 4.9(a) にあるように、今回一接合においても傾きが異なる様子が見られている。そこでその要因について、Q 値、 $I_C$ 、接合内キャパシタンス  $C$  の与える影響を調べた。

MQT 領域の一接合の脱出確率については、経路積分 [8] を用いると以下のように与えられる。

$$\Gamma_{MQT} = \tau_{MQT}^{-1} = 12\omega_p \sqrt{\frac{5b}{24\pi}} e^{-b} \quad (4.11)$$

$$b = \frac{36U_0}{5\hbar\omega_p} \left( 1 + \frac{0.87}{Q} \right) \quad (4.12)$$

この式において各パラメータの値を変化させた結果が図 4.11 である。

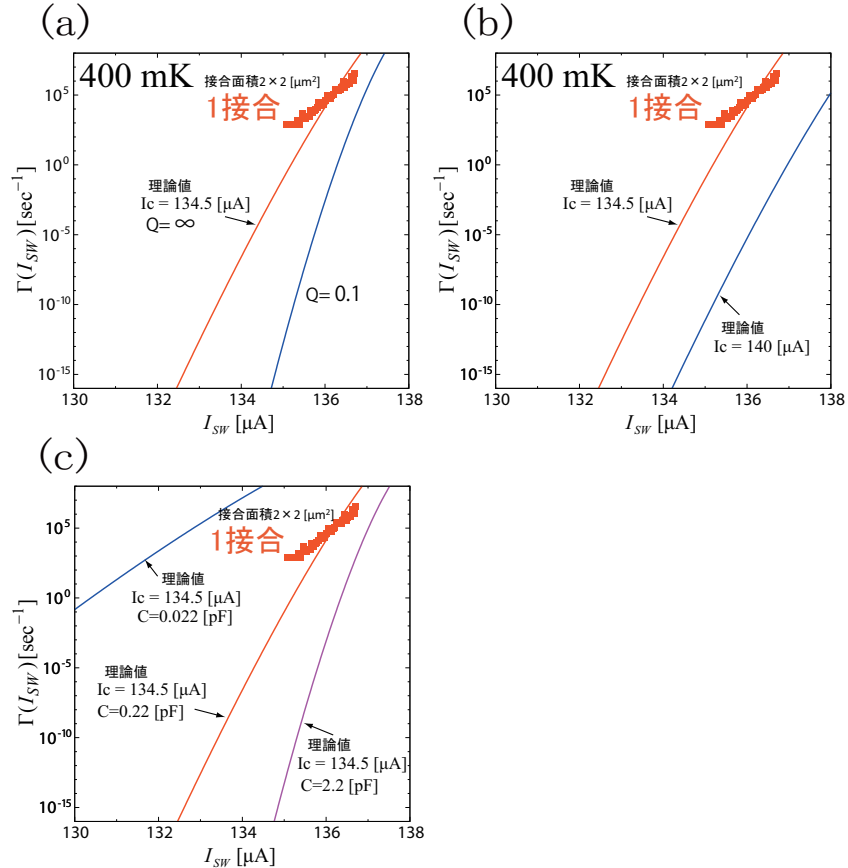


図 4.11 MQT 領域の一接合の脱出確率の傾き (a) Q 値を変化させたとき (b)  $I_C$  の値を変化させたとき (c) 接合内キャパシタンス  $C$  の値を変化させたとき

図 4.11 より実験値に一番近い傾きの理論線が得られるのは、接合内キャパシタンスを小さくした時となった。しかし、 $C = 0.022[\text{pF}]$  というのは、設計値  $C = 0.22[\text{pF}]$  の  $1/10$  の値である。したがって、接合列全体を覆う形でグローバルにキャパシタンスが生じており、系全体としての  $C$  に影響を与えていることが考えられる。特に接合列となったときは、各接合内キャパシタンスは直列につながれているため、全体の  $C$  を単純に考えると  $1/N(N:\text{接合数})$  となる。実際の系においてはより複雑に複数のパラメータが影響し合っていると考えられるが、この傾きの変化に  $C$  が関係している可能性が考えられる。

そこで、脱出確率の理論線を考えず実験値が一直線となるように、各接合列の脱出確率を  $\Gamma(N) = N^\beta \Gamma(1)$  と仮定して、 $\Gamma(N)$  を  $\Gamma(1)$  に変換 ( $\Gamma(1) = \Gamma(N)/N^\beta$ ) してプロットし  $\beta$  の値を求めた。図 4.12 にその時の脱出確率の様子を示し、表 4.5 に  $\beta$  の値をまとめた。脱出確率が一直線となるように  $\beta$  を求めると、一接合の理論にフィットするように求めた  $\beta$  に比べ、全体的に小さな値となった。

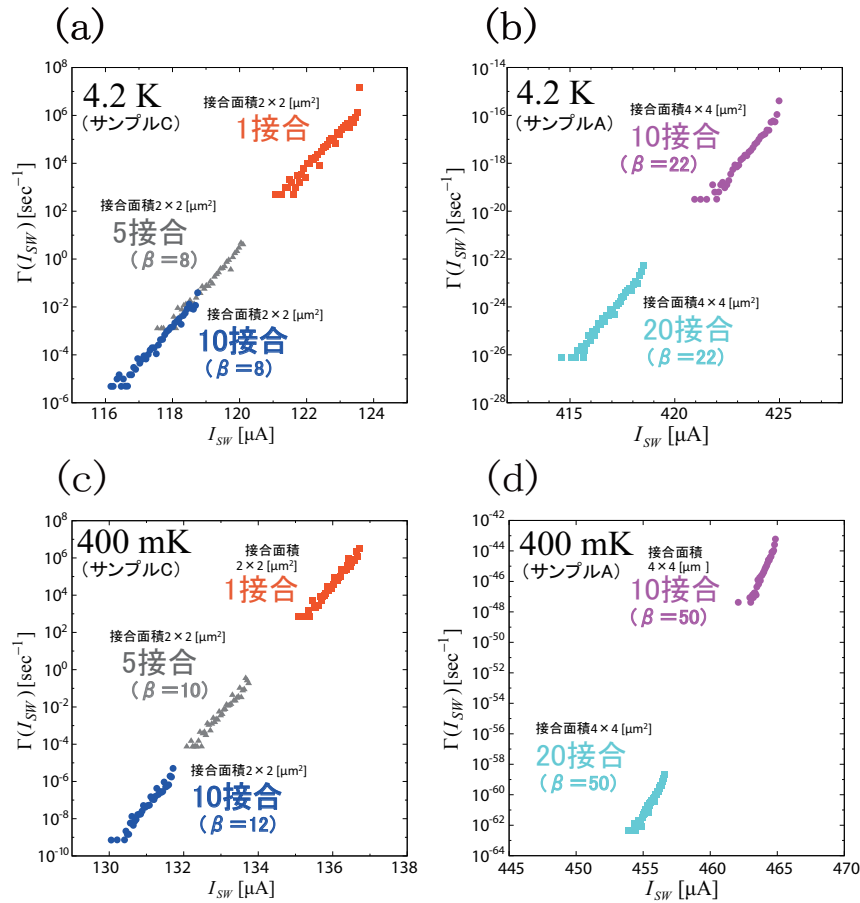


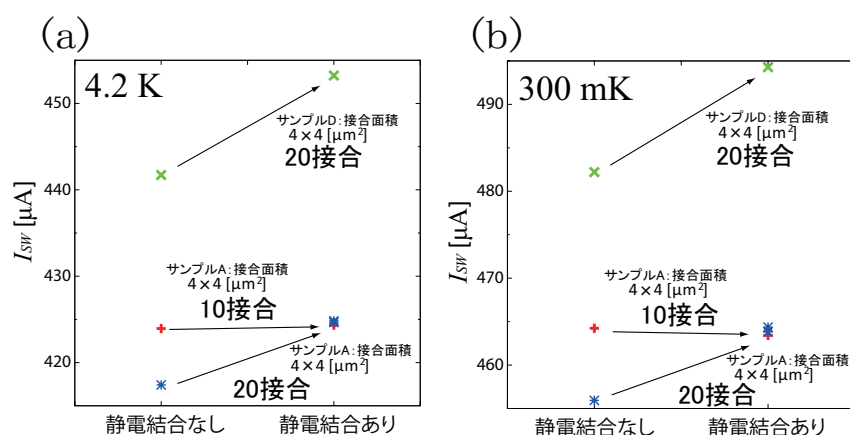
図 4.12 各接合列の脱出確率の増加の割合 (a)TA 領域におけるサンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率の上昇 (b)TA 領域におけるサンプル A の 10 接合、20 接合の脱出確率の上昇 (c)MQT 領域におけるサンプル C の 1 接合、5 接合、10 接合の脱出確率の上昇 (d)MQT 領域におけるサンプル A の 10 接合、20 接合の脱出確率の上昇

表 4.5 脱出確率の実験値が一直線になる時の各接合列の  $\beta$  の値

	接合面積 $2 \times 2 [\mu\text{m}^2]$ (サンプル C)		接合面積 $4 \times 4 [\mu\text{m}^2]$ (サンプル A)	
	5 接合	10 接合	10 接合	20 接合
TA 領域 (4.2K)	$\beta = 8$	$\beta = 8$	$\beta = 22$	$\beta = 22$
MQT 領域 (400mK)	$\beta = 10$	$\beta = 12$	$\beta = 50$	$\beta = 50$

### 4.3.2 静電結合の有無による比較

接合間結合としてキャパシタンス  $C_C$  による静電結合を入れた接合列 (図 4.1(b)) と入れていない接合列 (図 4.1(a)) を 10 接合と 20 接合について比較した。 $C_C$  の大きさについては、 $C_C = \alpha C$  ( $C$ : 接合内キャパシタンス) としたときの接合間キャパシタンスの大きさを表す係数  $\alpha$  の値を表 4.6 にまとめた。Bi-2212 固有ジョセフソン接合においては、この  $\alpha$  の値が  $\alpha = 0.1$  と求められており [14]、それを参考に表 4.6 の様な値にした。図 4.13 に静電結合のない接合列と、静電結合を入れ

図 4.13 静電結合の有無による  $I_{SW}$  の変化 (a)TA 領域 (4.2[K]) (b)MQT 領域 (300[mK])表 4.6 各接合列の  $\alpha$  の値

接合面積 $4 \times 4 [\mu\text{m}^2]$ (サンプル A)		接合面積 $4 \times 4 [\mu\text{m}^2]$ (サンプル D)
10 接合	20 接合	20 接合
$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$ $\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.1$

た接合列の  $I_{SW}$  の平均値を示した。(a) が TA 領域 (4.2K) の結果を、(b) が MQT 領域 (300mK) の結果を示している。また各接合列の  $I_{SW}$  の平均値を TA 領域 (4.2K) は表 4.7 に、MQT 領域 (300mK) は表 4.8 にまとめた。サンプル A の 20 接合「静電結合あり」については  $\alpha = 0.1, 0.3$  の二つの接合列を測定したがその結果は図 4.13 のようにほぼ重なっている。厳密には、(a) では

表 4.7 4.2K における静電結合の有無による各接合数と  $I_{SW}[\mu A]$  の平均値の関係

	接合面積 $4 \times 4[\mu m^2]$ (サンプル A)			接合面積 $4 \times 4[\mu m^2]$ (サンプル D)
	10 接合	20 接合		20 接合
	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.1$
静電結合なし	423.94	417.41		441.72
静電結合あり	424.32	424.83	424.64	453.24

表 4.8 300mK における静電結合の有無による各接合数と  $I_{SW}[\mu A]$  の平均値の関係

	接合面積 $4 \times 4[\mu m^2]$ (サンプル A)			接合面積 $4 \times 4[\mu m^2]$ (サンプル D)
	10 接合	20 接合		20 接合
	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.1$
静電結合なし	464.28	455.97		482.21
静電結合あり	463.44	463.79	464.42	494.29

$I_{SW}(\alpha = 0.1) > I_{SW}(\alpha = 0.3)$  であり、(b) では  $I_{SW}(\alpha = 0.1) < I_{SW}(\alpha = 0.3)$  である。しかし、このデータだけでは  $\alpha$  の違いによる変化を考察することは難しい。スイッチング電流値  $I_{SW}$  に関しては、TA 領域、MQT 領域ともに各接合列においてほぼ増加していることが確認できた。これは脱出確率の減少とも理解できる。

4.3.1 節での理論式の考察により、各接合の位相が同期していると脱出確率は減少し、各接合の位相が独立に動いていると脱出確率は増加した。したがって、今回静電結合により脱出確率が減少したのは、静電結合が各接合の位相を同期する傾向に働いたと考えられる。マルチ量子ビットを実現するには、各接合 (量子ビット) は同期させることが必要となるため、静電結合は重要な働きを示すと考えられる。

## 4.4 JSIM によるシミュレーション

超伝導回路シミュレータ JSIM [32] を用いて、接合列の集団的な振舞いについて検証した。4.3.1 節において、TA 領域、MQT 領域ともに理論より得られる接合列の脱出確率の増加は  $\Gamma_{TA,MQT}(N) = N\Gamma_{TA,MQT}(1)$  であったが、実験結果はそれ以上の増加が見られた。JSIM によるシミュレーションと比較することで脱出確率を上昇させる要因を求めることが本節の目的である。また、静電結合の効果について実験では十分にデータが取れていないため、それについても確認を行った。

実際のジョセフソン接合では、TA 領域において熱雑音により洗濯板型ポテンシャル上を運動する仮想粒子にエネルギーが加わりポテンシャル障壁を超える。言い換えると、熱雑音により位相空間での位相 ( $I = I_C \sin \theta$  の  $\theta$ ) の揺らぎが大きくなる、つまり接合を流れる電流が揺らいでいると理解できる。一方 MQT 領域では量子的なトンネリングによる脱出であるため、量子揺らぎが支配的となって

いる。しかし、JSIM にこれらの揺らぎを入れることは出来ない。そこでジョセフソン接合内の準粒子抵抗 ( $R_{qp}$ ) に抵抗による熱雑音を加えることで TA 領域での揺らぎを再現する。一方 MQT 領域での量子揺らぎは代替することが出来ないため、JSIM によるシミュレーションを行うことが出来なかった。したがって、本節のシミュレーションは全て 4.2K を仮定したものである。

#### 4.4.1 Kramers モデルとの比較

本実験に用いているアンダーダンプト・ジョセフソン接合について JSIM によるシミュレーションはあまりやられていない。そこで今回の実験結果を JSIM で再現できるのか、実験値と Kramers モデルとの比較をすることでその検証を行った。

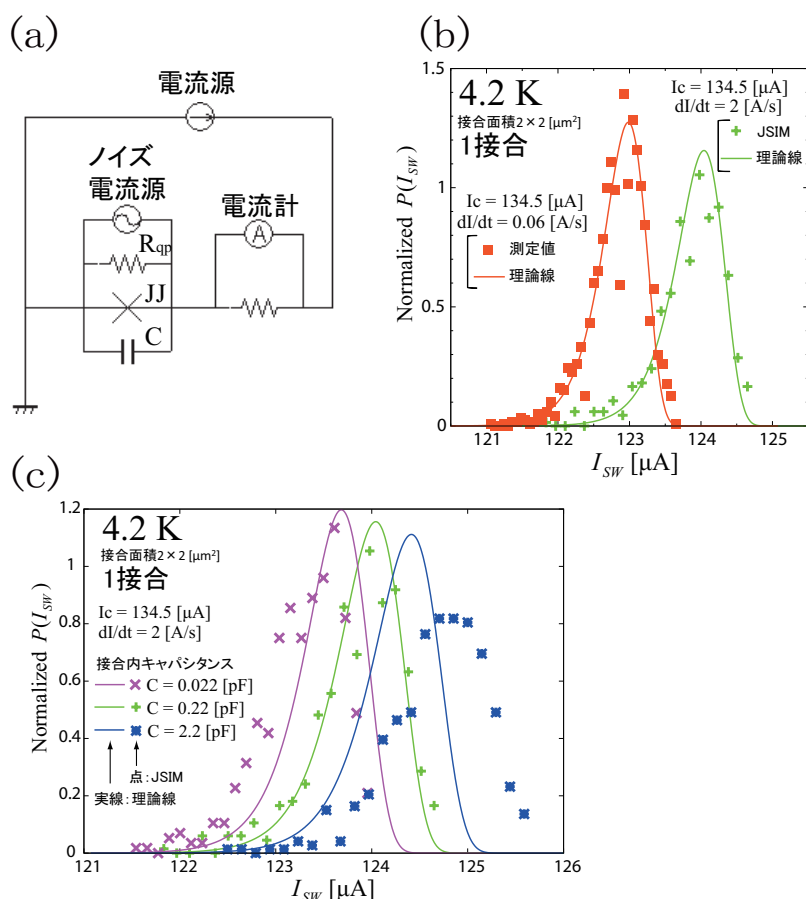


図 4.14 (a) シミュレーションを行った一接合の回路 (b) 一接合のスイッチング電流分布測定値と JSIM によるスイッチング電流分布、及びそれぞれの Kramers モデルによる理論線 (c) JSIM と Kramers モデル理論線における接合内キャパシタンスの値を変えた時のスイッチング電流分布の変化

図 4.14 に JSIM によって得られるスイッチング電流分布と実験値及び Kramers モデルによる理論線との比較を示した。なお、バイアス掃印速度  $\frac{dI}{dt}$  は実験では  $0.06$   $A/s$ 、JSIM では  $2$   $A/s$  で行った。シミュレーション時間短縮のためこの値を設定したが、回路の時定数などと比較すると十分に遅いバイアス掃印速度である。図 4.14(b) は実験により得られた測定値とそれにフィッティングのとれ

る Kramers モデルによる理論線、及びその理論線に JSIM でのバイアス掃印速度による補正を行った理論線と JSIM より得られたスイッチング電流分布を示した。一致することが確認できる。以下に、図 4.14(b) 内の JSIM の結果をシミュレーションしたネットリストを示す。

```
*****1jj-sim*****
.options numdgt=10 maxphistep=0.5 reltol=0.001

b1 1 0 jjmod1 area=1
rzbias 2 1 100ohm
*r1 1 0 450ohm
ir1 1 0 NOISE(0.718359p 0.0 1.0p)

ibias 0 2 pwl(0ps 0mA 10ps 0mA 50ps 0.118mA 100ps 0.118mA 5000.1ns 0.128mA)
.model jjmod1 jj(vg=2.8mv, rtype=1, icrit=128.8uA, r0=500ohm, rn=16ohm cap=0.22pF)

.tran 100ps 5000.1ns 100ps 0.02ps
.file out
.print devv b1
.print devi rzbias
.print devi b1 jjtotal
.print phase b1
```

次に接合内キャパシタンスの値を変化させたときの理論線、及び JSIM によるスイッチング電流分布を見たものが図 4.14(c) である。洗濯板型ポテンシャルモデルにおいてポテンシャルは変化させず仮想粒子のプラズマ周波数にだけ影響を与える項が接合内キャパシタンス  $C$  である。プラズマ周波数の式 (2.12)、(2.13) 及び、脱出確率の式 (2.14) より接合内キャパシタンス  $C$  の値が大きくなれば脱出確率は減少することが分かる。図 4.14(c) を見たとき、理論線と JSIM による分布はほぼ同じように移動している。これより、JSIM においてもプラズマ周波数による仮想粒子の振動を計算していることが確認できた。なお、 $C = 2.2[\text{pF}]$  は少しずれているがこれは  $C$  が大きく回路に遅れが生じていることが考えられ、バイアス掃印速度を遅くしていくと理論線へと近づいていく。

以上より、JSIM により 4.2K における実験を再現することが出来ると判断できた。

#### 4.4.2 接合数による脱出確率の変化

接合列における JSIM のシミュレーション結果を図 4.15 にまとめた。また、5 接合における JSIM のネットリストを以下に示す。

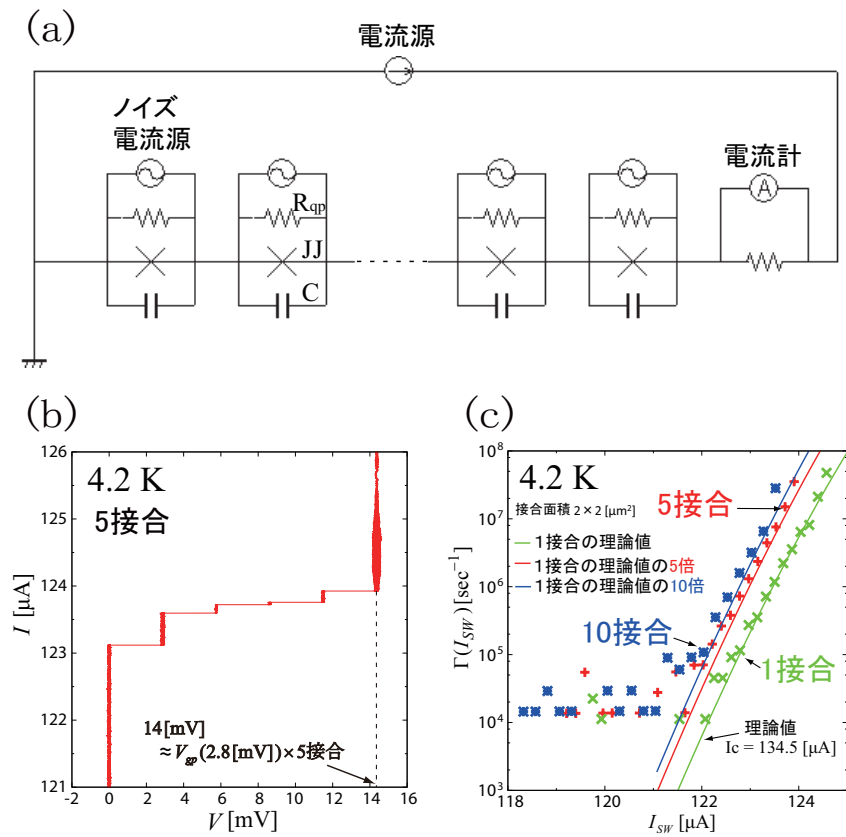
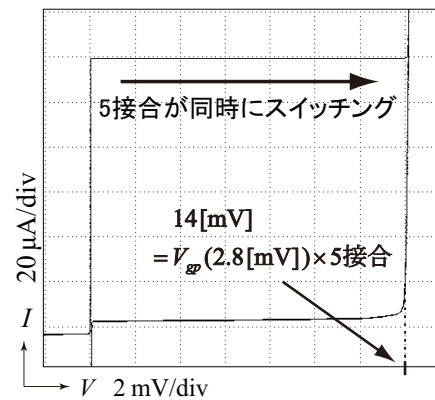


図 4.15 (a) 接合列の回路 (b) 5 接合の I-V 特性の例 (c) 接合列の脱出確率の増加の割合

図 4.16 接合面積  $2 \times 2[\mu\text{m}^2]$  のジョセフソン接合 5 接合列の I-V 特性の例

```
*****5jj-sim*****
.options numdgt=10 maxphistep=0.5 reltol=0.001

b1 1 0 jjmod1 area=1
b2 2 1 jjmod1 area=1
```



```

b3 3 2 jjmod1 area=1
b4 4 3 jjmod1 area=1
b5 5 4 jjmod1 area=1

rzbias 6 5 100ohm

ir1 1 0 NOISE(0.718359p 0.0 1.0p)
ir2 2 1 NOISE(0.718359p 0.0 1.0p)
ir3 3 2 NOISE(0.718359p 0.0 1.0p)
ir4 4 3 NOISE(0.718359p 0.0 1.0p)
ir5 5 4 NOISE(0.718359p 0.0 1.0p)

*c1 0 2 0.088pF 接合間結合として静電結合を入れる際に
*c2 1 3 0.088pF コメントアウトを消す。
*c3 2 4 0.088pF
*c4 3 5 0.088pF

ibias 0 6 pwl(0ps 0mA 10ps 0mA 50ps 0.118mA 100ps 0.118mA 5000.1ns 0.128mA)
.model jjmod1 jj(vg=2.8mv, rtype=1, icrit=128.8uA, r0=500ohm, rn=16ohm cap=0.22pF)

.tran 100ps 5000.1ns 100ps 0.02ps
.file out
.print nodev 5 0
.print devi rzbias
.print devi b1 jjtotal
.print phase b1
.print phase b2
.print phase b3
.print phase b4
.print phase b5

```

図 4.15(b) に示したように接合列の I-V 特性は、各接合が順番にスイッチした。しかし実際の Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb ジョセフソン接合列の実験では図 4.16 に示すように 5 接合全てが一緒にスイッチングしていた。そこで、JSIM においても最初の一接合がスイッチしたら他の接合もスイッチすると仮定し、最初のスイッチが起きた時の電流値を  $I_{SW}$  とした。その時の接合列の脱出確率の変化を図 4.15(c) に示した。4.3.1 節において計算した  $\Gamma(N) = N\Gamma(1)$  に近い脱出確率の上昇率を確認できた。N 接合の接合列となることで脱出確率は N 倍になると言える。JSIM のシミュレーションにお

いては各接合に 1 個の  $R_{qp}$  に対するノイズ源を入れているので、 $N$  個のノイズ源により脱出確率が  $N$  倍になったとも言える可能性が考えられる。

実際の実験においては  $N$  倍以上の脱出確率の上昇が確認されているので、次にその要因について考察した。作製した接合列の等価回路は図 4.15(a) のように接合が直列につながっているだけではなく、その間の超伝導線によるインダクタンス、抵抗だけでなくキャパシタンスやインダクタンスの揺らぎ、グローバルなキャパシタンスやインダクタンスの存在など様々な要因が考えられる。その中で、図 4.17 に示した接合列について脱出確率を求めた。図 4.17(a) は接合間をつないでいる超伝導線によるインダクタンスを考え、(b) は実際の測定系においては接合列に印加する電流値も揺らいでいることを考え、(c) は接合間の超伝導線によるインダクタンスと接合間にキャパシタンスが存在している可能性を考え、(d) は MQT 領域においてこのようなグローバルなインダクタンスとキャパシタンスによる脱出確率の上昇が報告されている [33] ことを考慮し、それぞれの接合列を比較対象とした。

図 4.18 は図 4.17 の各接合列と、同じ接合数で図 4.15(a) の接合列それぞれの脱出確率を比較した。図 4.18(b) においてのみ、上昇していることが確認できた。しかし、これはノイズ源を増やしたことによる脱出確率の上昇であるためスイッチング電流分布で見ると  $I_{SW}$  の減少によって左にシフトするがその分布幅（標準偏差）は大きいものになってしまう（図 4.19）。したがって、実際の実験同様の脱出確率を得るためには、今回比較していない何か他の要素がノイズ源とは別に働いていることが考えられる。

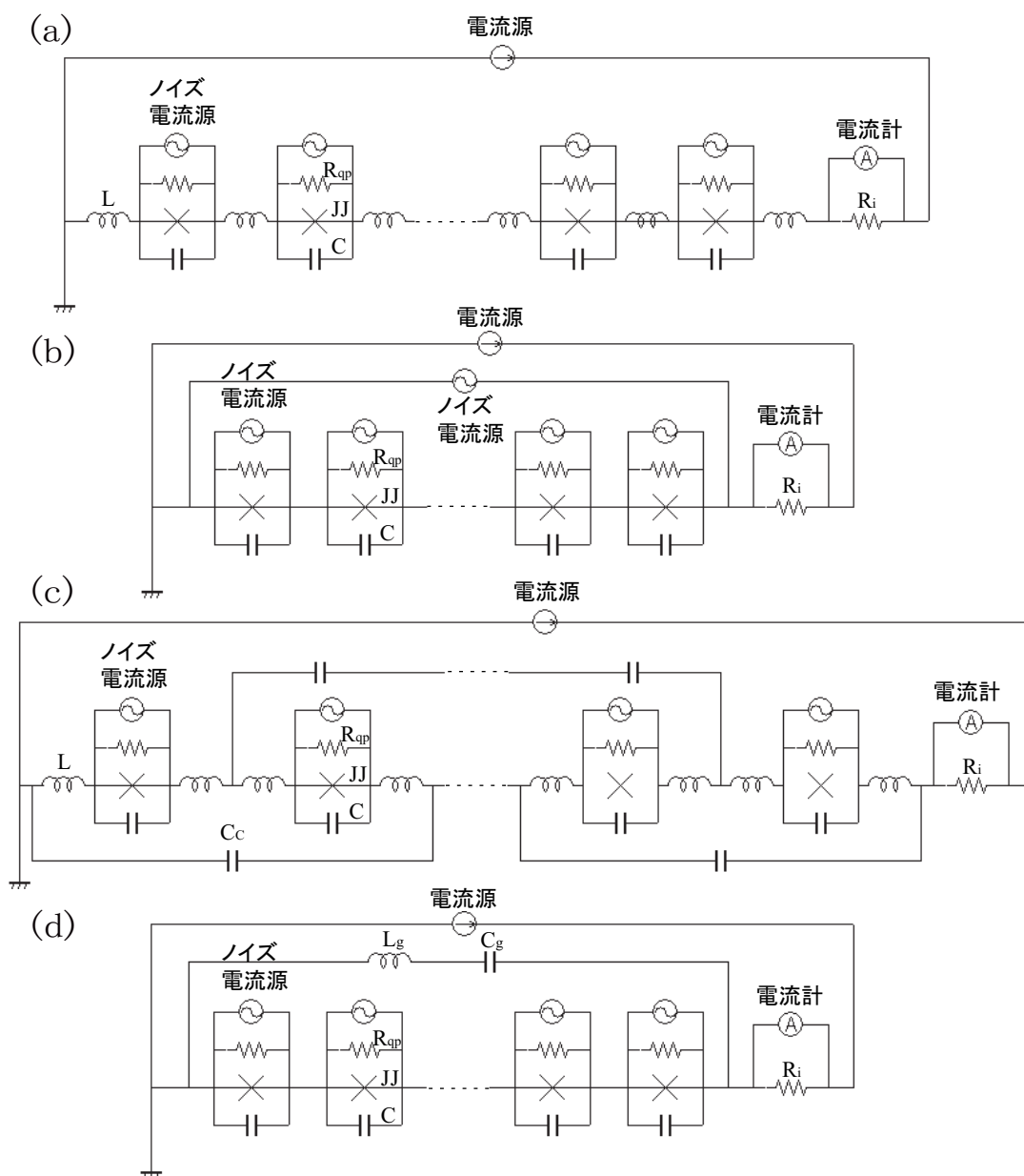


図 4.17 脱出確率の上昇に影響を与えることが考えられる接合列のパターン (a) 各接合間にインダクタンスを入れた接合列 (b) 接合列全体に流れる電流に揺らぎを持たせるノイズ電流源を入れた接合列 (c) 各接合間にインダクタンスを入れ、接合間結合として静電結合を入れた接合列 (d) 接合列全体を挟んでグローバルにインダクタンスとキャパシタンスを入れた接合列

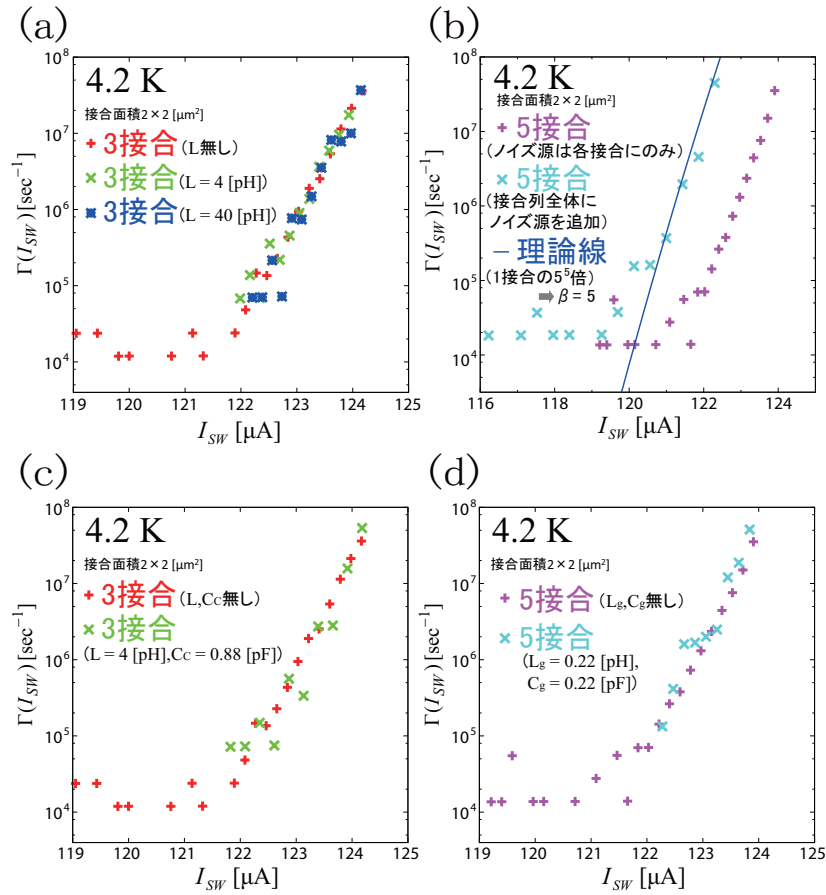


図 4.18 図 4.17 の各接合列の脱出確率と接合を直列につないただけの接合列の脱出確率の比較 (a) 図 4.17(a) の接合列との比較 (b) 図 4.17(b) の接合列との比較 (c) 図 4.17(c) の接合列との比較 (d) 図 4.17(d) の接合列との比較

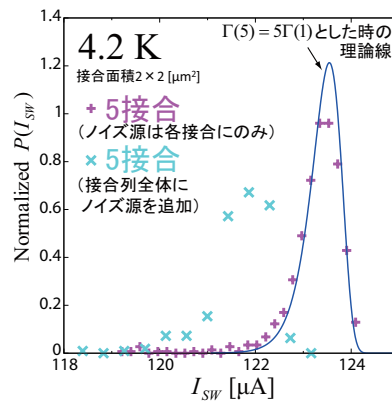


図 4.19 5 接合の接合列においてノイズ源を増やした時のスイッチング電流分布の変化

### 4.4.3 静電結合の有無による変化

次に、図 4.20(a) に示すように接合列に接合間結合としてキャパシタンスによる静電結合のみを入れその影響を確認した。ネットリストについては、4.4.2 節のものから静電結合にかかわる項目のコメントアウトを外したものになる。接合の I-V 特性は図 4.20(b) となった。接合間結合を入れていない接合列の I-V 特性 (図 4.15(b)) とは異なり、各接合の位相が同期する傾向に働き、一緒にスイッチしている。また接合間結合による脱出確率の変化を図 4.20(c) に示した。実験結果と同様に脱出確率が減少していることが確認できる。したがって、実験、シミュレーションともに静電結合が各接合を同期させる傾向に働き脱出確率を減少させる結果が得られた。

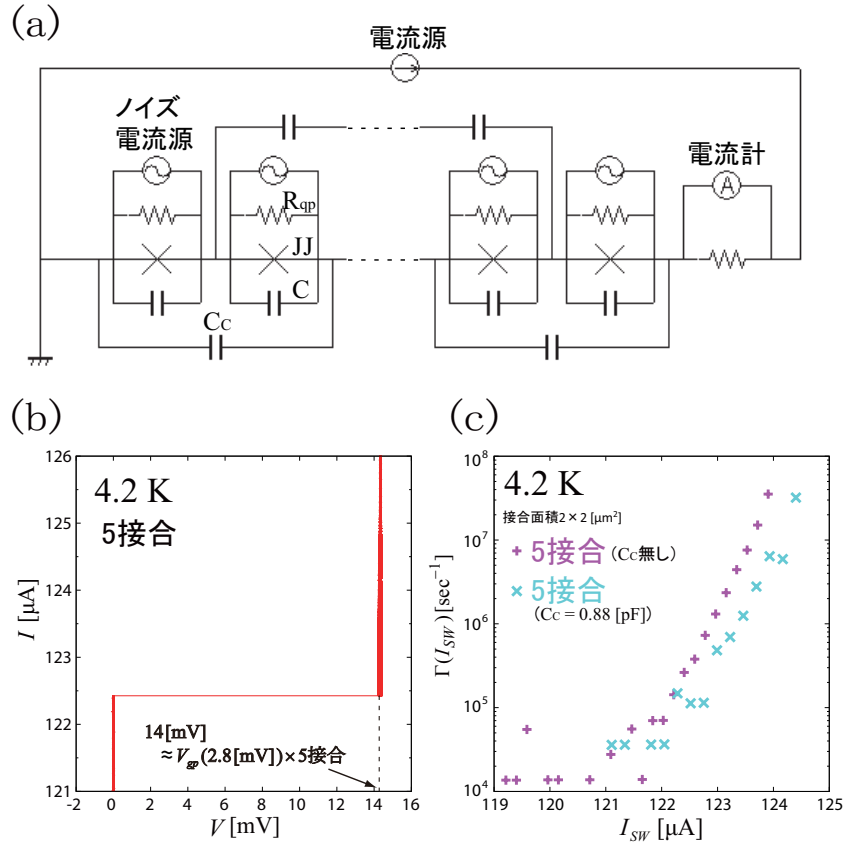


図 4.20 (a) 接合列の回路 (b) 5 接合の I-V 特性の例 (c) 接合列の脱出確率の変化

図 4.20(a) の回路における接合間結合  $C_c$  の値を  $C_c = \alpha C$  ( $C$ : 接合内キャパシタンス) としてこの回路における仮想粒子の運動方程式を求めると

$$m(1 + \alpha \Delta^2) \ddot{\theta}_l + m \frac{1}{R_{qp} C} \dot{\theta}_l + \frac{\partial U}{\partial \theta_l} = 0 \quad (4.13)$$

ただし、

$$\theta_l (l = 1, \dots, N) : \text{各接合毎の位相差} \quad (4.14)$$

$$\Delta^2 f_l = f_{l+1} + 2f_l + f_{l-1} \quad (4.15)$$

$$\alpha = C_C / C \quad (4.16)$$

である。式 (4.13) と一接合における運動方程式 (2.6) を比較すると  $\theta$  の 2 階微分の項に前後の接合による相互作用による計算式が入っている。これを

$$m' = m(1 + \alpha \Delta^2) \quad (4.17)$$

としてとらえると仮想粒子の質量が重くなったと理解でき、これにより脱出確率が減少していると考えられる。一方、Bi-2212 固有ジョセフソン接合では接合間結合を含めた運動方程式が式 (4.13) とは異なり、 $\alpha \Delta^2$  の項の前の符号が逆転し、マイナスとなることが知られている [14]。これは、Bi-2212 固有ジョセフソン接合においては磁場結合も同時に作用しているためである。よって、単純な比較は出来ない。

## 4.5 まとめ

ジョセフソン接合列の集团的力学特性を理解するために、Nb/AlO<sub>x</sub>/Nb ジョセフソン接合列を作製し、測定した。接合を直列につないだだけの接合列において TA 領域、MQT 領域ともに接合数の増加に伴い脱出確率が上昇することを確認し、各接合の位相は同期しているのではなく、独立に動いている可能性が高いことを示した。またその際、一接合がスイッチしたらそれに引きづられて他の接合も同時にスイッチすると考えられた。

接合間結合として入れた静電結合は各接合の位相を同期する傾向に働き、脱出確率を減少させる効果が得られた。マルチ量子ビットにおいては各接合の同期が必要不可欠となるため、この静電結合の存在は重要な働きを示すと考えられる。

超伝導回路シミュレータ JSIM を用いた TA 領域における接合列の振舞いでは脱出確率が  $\Gamma(N) = NT(1)$  の関係で増加した。これは各接合にノイズ源を入れているため  $N$  接合で  $N$  倍と考えられる可能性がある。更に上昇させる要因として、接合間のインダクタンス、接合間結合、抵抗雑音によるバイアス電流の揺らぎ、接合列全体を挟んでのインダクタンスとキャパシタンスなどを検討したが、上昇に効くのはバイアス電流の揺らぎのみだった。つまり、さらなる脱出確率の上昇のためには今回検討した要因の他にインダクタンスやキャパシタンスといった各素子の揺らぎを考慮することや、各素子のバラつきを考慮したパラメータ設定をする必要がある。相互作用などによる影響も無視できないが、各接合に揺らぎの要素が 2 つ有れば、 $2^N$ 、3 つあれば  $3^N$  のように脱出確率が上昇していく可能性が考えられる。また、接合内キャパシタンスが直列につながっているため、系全体として見た時の静電容量が変化している可能性等についても検討の必要があると考えられる。



## 5 結論

本研究では、量子コンピュータの基本素子である量子ビットとして、Bi-2212 固有ジョセフソン接合を用いた超伝導位相量子ビット実現への基礎研究として、ラビ振動観測のために共鳴特性を向上させる手段の提示と、ジョセフソン接合列の集団的力学特性について研究を行った。

量子ビット操作に相当するラビ振動は金属系低温超伝導体では観測されているが、高温超伝導体においては未だ観測されていない。その原因として考えられるのが高温超伝導体において得られている  $Q$  値の低下である。現在、北畠らの共鳴特性の測定 [26] で得られている  $Q$  値は  $Q \approx 70$  であるが、金属系低温超伝導体でラビ振動が観測される時の  $Q$  値は  $Q \approx 10^3 \sim 10^4$  である。そこで、 $Q$  値を低下させている要因として考えられる熱雑音を評価したところ最大  $Q \approx 70$  まで低下することが見積もられた。その対策としてサンプル直前に設置するオンチップでのフィルタの設計を行った。減衰抵抗 ( $R_{att}$ ) を希釈冷凍機内に設置することで  $Q \approx 590$  まで上昇し、さらにフィルタを導入することで  $10^3$  オーダである  $Q \approx 2650$  まで向上すると見積もられた。また、現在の測定系ではマイクロ波をアンテナから空間放射によりサンプルに照射しているため、電磁場とサンプルの結合が弱いことも  $Q$  値低下の要因として考えられた。その対策としてはサンプルへ直接信号線を接続する Coplanar 型導波路の設計を行った。

次に、ジョセフソン接合列の集団的力学特性を解明し、 $Q$  値に影響を与えていると考えらる接合列におけるエネルギー準位の変化を理解することを目指し、Nb/ $\text{AlO}_x$ /Nb ジョセフソン接合列を作製し、測定した。また TA 領域における振舞いを超伝導回路シミュレータ JSIM を用いて検討した。本研究で Nb/ $\text{AlO}_x$ /Nb ジョセフソン接合の集団的力学特性について以下のことが得られた。

- 接合列において各接合の位相は同期しておらず、独立に動いている可能性が高い。
- TA 領域、MQT 領域ともに接合数が増加するに従い、脱出確率は増加する。
- TA 領域におけるその増加の割合は、各接合の準粒子抵抗による熱雑音のみを考えると  $N$  接合で  $N$  倍になる。この他、さらにインダクタンスやキャパシタンスなど各素子の揺らぎを考慮することで増加の割合は増していくと考えられた。また、各素子のバラつきを考慮したパラメータ設定も必要であると思われる。
- 接合間を結ぶ超伝導線のインダクタンス、接合列全体を結ぶグローバルなインダクタンスやキャパシタンスは TA 領域においては脱出確率の増加に影響しない。しかしそれらが各々揺らいでいると仮定するとそれはノイズ源として脱出確率を増加に導くと考えられる。



- 接合間結合として考えられる静電結合は各接合の位相を同期させる傾向に働き、接合列の脱出確率を減少させる。

本研究において得られた集団的力学特性は主に TA 領域でのものであるが、ジョセフソン接合を量子ビットとして動作させるためには MQT 領域についても解明する必要がある。Bi-2212 固有ジョセフソン接合と比較したとき、接合数が増えるにつれて脱出確率が上昇する接合列としての効果は一致する部分であり、定性的には理解できた。静電結合に関しては、それ単体での効果は理解できたが、Bi-2212 固有ジョセフソン接合においては磁場結合も同時に作用しているためより複雑なメカニズムであることが考えられ、単純な比較は出来ない。よって、さらなる検討が必要である。

# 謝辞

本研究を行うにあたり、多くの方々よりご指導、ご協力を頂きました。本研究論文を書き終えるにあたり、関係者の方々に心より深く感謝の意を表します。

指導教官である中島康治教授には、本研究において大変貴重な助言、ご指導を頂き、本研究を見守って頂きました。特に実験結果に関する興味深い議論とご助言を頂き、研究を進めるにあたって非常に参考になりました。ここに深く感謝致します。また、本研究論文をまとめるにあたり、貴重なご助言と議論を賜りました田中和之教授と濱島高太郎教授に深く感謝とお礼を申し上げます。

研究指導教員である佐藤茂雄准教授には、本研究の実験やシミュレーションに関するご指導、ご協力を頂きました。また実験結果に関する理論的解析など、幅広い分野で丁寧な助言やご指導を受け賜りましたことをここに心より感謝致します。

小野美武助教には、本研究の実験に関する幅広いご協力、シミュレーションに関する丁寧な助言を頂き、また実験結果に関する鋭い質問と貴重な議論を頂きました。深く心より感謝致します。

猪股邦宏氏（理研）には、フィルタ設計の際に貴重な提案、議論、ご協力を頂きました。心より感謝致します。

土田貞夫技術職員には、測定を行う上で、大変ご協力頂きました。ここに深く感謝致します。

曽田尚宏氏には、本研究を進めるにあたり、計算機のシステム面で基本的な知識やノウハウをご指導頂き、大変なご協力を賜りました。心より感謝致します。

中本涼介氏には測定に必要なサンプルの設計方法の基本的な知識やノウハウをご指導いただきました。深く感謝致します。

高橋夏樹氏には、実験を進めるにあたり様々なご協力を頂きました。深く感謝致します。

中島研究室の皆さまには、研究生活や研究以外の面におきましてもたくさんのご協力を頂き、大変有意義な時間を過ごさせて頂きましたこと、深く感謝致します。

こうした多くのご指導、ご支援を頂きましたことに改めて深く感謝致します。

最後に、これまで私生活を含めた様々な面で支えとなり、また見守って頂きました、両親、家族そして多くの友人に深く感謝致します。

平成 24 年 2 月

片山 秀瑛



# 本研究に関する発表

## 国際ワークショップ

- Hideaki Katayama, Ryosuke Nakamoto, Kunihiro Inomata, Takeshi Onomi, Shigeo Sato, Koji Nakajima, “Collective Switching Characteristics of Josephson Junctions”, Superconducting SFQ VLSI Workshop (SSV2011) 1<sup>st</sup> November 2011.

## 国内会議発表

- 片山 秀瑛, 渡辺 峰生, 中本 涼介, 猪股 邦宏, 小野美 武, 佐藤 茂雄, 中島 康治, “ジョセフソン接合列における集団的スイッチングとバイアス方法依存性”, 第 58 回 応用物理学関係連合講演会 2011 年 3 月 24 日～27 日.
- 片山 秀瑛, 中本 涼介, 猪股 邦宏, 小野美 武, 佐藤 茂雄, 中島 康治, “ジョセフソン接合列における集団的振舞いとバイアス方法の関係” 第 72 回 応用物理学会学術講演会 2011 年 8 月 29 日～9 月 2 日.
- 片山 秀瑛, 猪股 邦宏, 小野美 武, 佐藤 茂雄, 中島 康治, “ジョセフソン接合列の集団的な力学特性” 2012 年電子情報通信学会 総合大会 2012 年 3 月 20 日～23 日. (予定)



## 参考文献

- [1] J.M.Martinis, S.Nam, J.Aumentado, and C.Urbina, Phys.Rev.Lett. 89, 117901 (2002).
- [2] Y.Yu, S.Han, X.Chu, S.Chu, and Z.Wang, Science 296, 889 (2002).
- [3] J.E.Mooij et al., Science 285, 1036 (1999).
- [4] H.W.Caspar et al., Science 290, 773 (2000).
- [5] I.Chiorescu, Y.Nakamura, C.J.P.M.Harmans, and J.E.Mooij, Science 299, 1869 (2003).
- [6] Y.Nakamura, Yu.A.Pashkin, and J.S.Tsai, Nature 398, 786 (1999).
- [7] R.Kleiner, F.Steinmeyer, G.Kunkel, P.Muller, Phys.Rev.Lett. 68, 2394 (1992).
- [8] A.O.Caldeira and A.J.Leggett, Phys.Rev.Lett. 46, 211 (1981).
- [9] A.O.Caldeira and A.J.Leggett, Ann.Phys. 194, 374 (1983).
- [10] K.Inomata et al., Phys.Rev.Lett. 95, 107005 (2005).
- [11] X.Y.Jin, J.Lisenfeld, Y.Koval, A.Lukashenko, A.V.Ustinov, and P.Müller, Phys.Rev.Lett. 96, 177003 (2006).
- [12] T.Bauch, F.Lombardi, F.Tafari, A.Barone, G.Rotoli, P.Delsing, and T.Claeson, Phys.Rev.Lett. 94, 087003 (2005).
- [13] T.Bauch, T.Lindstrom, F.Tafari, G.Rotoli, P.Delsing, T.Claeson, F.Lombardi, Science 57, 311 (2006).
- [14] T.Koyama and M.Machida, Physica C, 468, 695-700 (2008).
- [15] B.D.Josephson, Phys.Lett. 1, 251 (1962).
- [16] W.C.Stewart, Appl.Phys.Lett. 12, 277 (1968).
- [17] D.E.McCumber, J.Appl.Phys. 39, 3113 (1968).
- [18] T.A.Fulton, L.N.Dunkleberger, Phys.Rev.B 9, 4760 (1974).
- [19] R.F.Voss, R.A.Webb, Phys.Rev.Lett. 47, 265 (1981).
- [20] H.Grabert and U.Weiss, Phys.Rev.Lett. 53, 1787 (1984).
- [21] 田沼 静一, 馬宮 孝好 編, 極低温, 共立出版株式会社 (1998).
- [22] P.Silvestrini, V.G.Palmieri, B.Ruggiero, M.Russo, Phys.Rev.Lett. 79, 3046 (1997).
- [23] J.M.Martinis, M.H.Devoret, and J.Clarke, Phys.Rev.Lett. 55, 1543 (1985).
- [24] A.I.Larkin and Yu.N.Ovchinnikov, Sov.Phys.JETP 1, 185 (1986).
- [25] D.Esteve, M.H.Devoret, and J.M.Martinis, Phys.Rev.B 34,158 (1986).
- [26] 北畠伸紘 東北大学 修士論文 (2008).

- [27] J.M.Martinis et al., Phys.Rev.Lett. 89, 117901 (2002).
- [28] J.M.Martinis, Quantum Inf. Process, 8, 81-103 (2009).
- [29] K.Ota et al., Phys.Rev.B, 79, 134505 (2009).
- [30] M.Machida and T.Koyama, Supercond.Sci.Technol., 20, S23-S27 (2007).
- [31] P.Kopietz and S.Chakravarty, Phys.Rev.B, 38, 97-110 (1988).
- [32] R.E.Jewett, Electronics Research Laboratory internal report, University of California, Berkeley, December (1982).
- [33] M.V.Fistul, Phys.Rev.B, 75, 014502 (2007).

その他、本研究論文をまとめるにあたり参照した図書を以下に記す。

1. 田沼 静一, 家 泰弘 編, メソスコピック伝導, 共立出版株式会社 (1999).
2. A.Barone, G.Patefno 共著, 太田 浩, 山下 務 共訳, ジョセフソン効果の物理と応用, 近代科学社 (1988).
3. 遠坂 俊昭 著, 計測のためのフィルタ回路設計, CQ 出版株式会社 (1998).
4. Paul W. Tuinenga 著, 松本 敏之 訳, SPICE による電子回路設計入門, CQ 出版株式会社 (1990).